

فصل پنجم : توابع نمایی و لگاریتمی

درس اول : تابع نمایی و ویژگی های آن	۱
تعریف و نمودار تابع نمایی	۱
معادلات و نامعادلات نمایی	۳
درس دوم : تابع لگاریتمی و ویژگی های آن	۵
تعریف، نمودار و دامنه	۵
قضایای لگاریتم	۷
معادلات و نامعادلات لگاریتمی	۱۰
محاسبه تقریبی مقدار لگاریتم	۱۳
درس سوم : نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی	۱۳
رسم نمودارهای توابع نمایی و لگاریتمی	۱۳
کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی	۱۵

این پک به صورت کامل برای تمام دروس تجربی با یک قیمت حداقلی که تمام افراد توانایی پرداخت آن را دارند منتشر شده بنابراین استفاده رایگان از آن مورد رضایت ما نخواهد بود جهت تهیه روی همین متن قرمز لمس یا کلیک کنید

فصل پنجم: توابع نمایی و لگاریتمی

درس اول: تابع نمایی و ویژگی های آن تعریف و نمودار تابع نمایی

۱ کدام یک از نقاط زیر، روی نمودار تابع با ضابطه $y = 3^x$ قرار دارند؟

الف) $(1, 0)$

ت) $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$

ب) $(3, 1)$

ث) $(1, 3)$

پ) $(0, 1)$

ج) $(-1, \frac{1}{3})$

۲ کدام گزاره صحیح است؟

الف - نقطه $(\frac{1}{4}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع $y = 5^x$ قرار دارد.

ب - محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 10^x$ با محور y ها، نقطه $(0, 10)$ است.

پ - دامنه توابع با ضابطه های $y = x^2$ و $y = 2^x$ مساوی اند.

ت - محل تقاطع نمودار تابع با ضابطه $y = 6^x$ با محور x ها، نقطه $(6, 0)$ است.

۳ اگر $f(x) = a^x$ یک تابع نمایی باشد و $f(x+4) = 9f(x)$ باشد، مقدار $f(6) - f(4)$ را بدست آورید.

۴ اگر نمودار تابع $f(x) = ab^x - 1$ از دو نقطه $A(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ و $B(1, 11)$ بگذرد، مقدار $f(-1)$ را بیابید.

۵ اگر $f(x) = (\frac{2a-1}{a+2})^x$ یک تابع نمایی باشد، حدود a را بدست آورید.

۶ دو تابع $y = 2^x$ و $y = x^2$ در چند نقطه یکدیگر را قطع می کنند؟

۷ اگر $x < y$ در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

الف) $3^x \bigcirc 3^y$

ب) $4^x \bigcirc 4^y$

۸ در جاهای خالی علامت مناسب قرار دهید.

الف) $3^{2.5} \bigcirc 3^{\frac{5}{3}}$

ب) $4^{\sqrt{7}} \bigcirc 4^{\sqrt{5}}$

۹ فرض کنیم $f(x) = 3^x$ و $g(x) = (\frac{1}{16})^x$ و $h(x) = 10^x$ ، مقادیر زیر را بدست آورید.

الف) $f(3)$

ب) $g(-1)$

پ) $h(-2)$

۱۰ کدام یک از ضابطه‌های زیر مربوط به یک تابع نمایی است؟

الف) $y = 2x^2 - 3x + 1$

ت) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

ب) $y = x^3$

ث) $y - 3x = 2$

پ) $y = (0.1)^x$

ج) $y = \sqrt{x-1}$

۱۱ نمودار تابع $f(x) = 2^{x+2} - 16\sqrt{2}$ محور x ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

۱۲ هر دسته از اعداد زیر را با هم مقایسه کنید.

الف) $5\sqrt{2}, 5^{1.5}, 5\sqrt{3}$
ب) $3^2\sqrt{3}, 3\sqrt{10}, 3^3\sqrt{2}, 3^4$
پ) $\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{8}, 2^{-3}, (0.5)\sqrt{10}$

۱۳ اگر $2^x = 6$ ، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

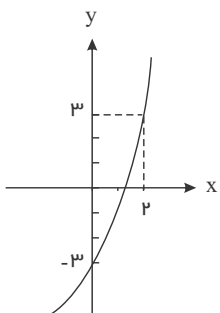
الف) 8^{x-1}
ب) $4^x + 8^x$
پ) 16^{x-2}
ت) $(0.25)^{2x} \times 64^{x-1}$

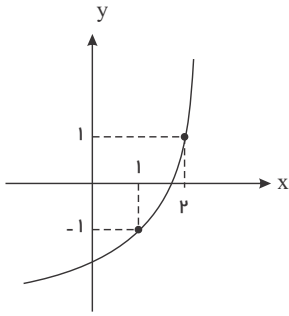
۱۴ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\frac{2^{-3} \times 5^4}{5^{-6} \times 2^7}$
ب) $3^{-4} \times 6^9 \times 2^{-4}$
پ) $\frac{2^{12} \times (0.75)^4}{3^4 \times (0.5)^{-2}}$
ت) $\frac{5^4 \times 25^3 \times 9^{-1}}{(0.008)^{-2} \times 15^{-2}}$
ث) $\frac{\left(\frac{9}{5}\right)^6 \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-6}}{2^{-8} \times 4}$
ج) $\frac{(0.25)^3 \times 16^3 \times 3^{-8}}{27^{-1} \times \left(\frac{4}{3}\right)^5}$

۱۵ اگر نمودار تابع $f(x) = ab^x - 3$ از دو نقطه $A(2, 6)$ و $B(1, 0)$ بگذرد، مقدار $f(-1)$ را بیابید.

۱۶ نمودار تابع زیر دارای ضابطه $f(x) = a \times 2^x + b$ است، ضابطه $f(x)$ را بدست آورید.





۱۷) نمودار تابع زیر دارای ضابطه $f(x) = a \times 3^x + b$ است، ضابطه $f(x)$ را بدست آورید.

۱۸) اگر $f(x) = 3^x$ باشد مقدار $f(x+2) - 2f(x+1)$ را بدست آورید.

۱۹) در تابع $f(x) = ab^x$ و $(b > 0)$ داریم $f(-2) = \frac{3}{32}$ و $f(0) = \frac{3}{4}$ مقدار $f(\frac{3}{4})$ را بدست آورید.

۲۰) اگر در تابع نمایی $f(x) = a^x$ داشته باشیم $f(4) = 9f(6)$ ، آنگاه حاصل عبارت $f(-2) + f(-3)$ را بدست آورید.

۲۱) اگر $f(x) = (4a+1)^x$ یک تابع نمایی باشد، حدود a را بدست آورید.

۲۲) جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) دامنه تابع $f(x) = 3 - 2^x$ برابر با و برد آن برابر با است.

۲۳) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

الف) محل تقاطع تابع $y = 6^x$ با محور y ها، نقطه است.

۲۴) جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.

الف) لگاریتم عدد $\frac{1}{81}$ در پایه ۳ برابر است.

ب) ضابطه وارون تابع $f(x) = 2^x$ به صورت است.

۲۵) جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف) برد تابع با ضابطه $y = 3^x$ بازه است.

۲۶) نمودار تابع $f(x) = 2^x - 1$ را رسم کنید. دامنه و برد آن را به صورت بازه بنویسید.

معادلات و نامعادلات نمایی

۲۷) نمودارهای دو تابع $g(x) = (\frac{1}{9})^x$ و $f(x) = 3^{ax+b}$ در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ باشد، $f^{-1}(27)$ را بدست آورید.

۲۸) معادلات زیر را حل کنید.

الف) $9^x = 3^{x^2-4x}$

ب) $(\frac{3}{5})^x = \frac{25}{9}$

پ) $3^{5x+2} = 27\sqrt{3}$

ت) $(\frac{3}{2})^{2x+3} = (\frac{16}{81})^x$

ث) $27^x - 3^{2x-5} = 0$

ج) $2^x + 2^{x+2} = 40$

ح) $3^{x+1} - 3^{x-1} = 72$

خ) $5^{2x+3y} = 7^{x+y+1}$

۲۹ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $8^{3y} = 16$

ب) $4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x$

پ) $8^{2x} = 2 \times 4^{x+1} \times 2^{2x-1}$

ت) $8^{x^2} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} \times 16^x$

ث) $2^{3n-2} = \frac{1}{32^2}$

ج) $9^{3y-3} = 27^{y+1}$

چ) $4^{3x+3} = \frac{1}{64^3}$

۳۰ از تساوی $4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x$ مقدار x را بدست آورید.

۳۱ فاصله نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع $y = 4^x$ و $y = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x-3}$ از مبدأ مختصات چقدر است؟

۳۲ معادلات نمایی زیر را حل کنید.

الف

$2^{3n-2} = \frac{1}{32^2}$

$9^{3y-3} = 27^{y+1}$

$4^{3x+2} = \frac{1}{64^3}$

$9^x = 3^{x^2-4x}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9}$

ب

پ

ت

ث

۳۳ معادلات زیر را حل کنید.

الف

$4^{3x+2} = \frac{1}{64^x}$

ب

$\log_2(x+1) - \log_2(x-3) = 3$

۳۴ معادلات زیر را حل کنید.

الف

$\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 32^{1-x}$

$$\log_3(x^2 - 1) = 1 + \log_3(x + 3)$$

۳۵) معادلهٔ نمایی $\frac{1}{64} = 3^{2x+4}$ را حل کنید.

۳۶) معادلهٔ نمایی $\frac{1}{27} = 3^{2x-1}$ را حل کنید.

۳۷) اگر $(1,7)^x > (1,7)^y$ باشد، آن گاه چه رابطه‌ای بین $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^y$ و $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$ برقرار است؟

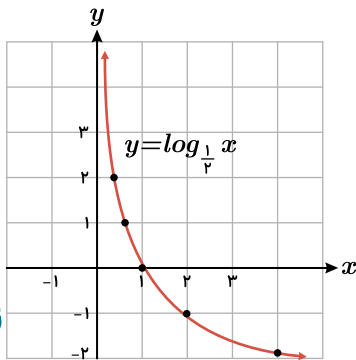
درس دوم : تابع لگاریتمی و ویژگی های آن

تعریف، نمودار و دامنه

۳۸) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) اگر a عدد حقیقی مثبت و مخالف یک باشد، آن گاه $\log_a^1 = 0$ است.

۳۹) نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ را در نظر بگیرید. اعداد زیر بین کدام اعداد صحیح قرار دارند؟



الف) $\log_{\frac{1}{2}} 3 \Rightarrow \dots\dots\dots$

ب) $\log_{0,5} (1,5) \Rightarrow \dots\dots\dots$

۴۰) کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) اگر $y = \log_a x$ ، آن گاه $a^x = y$

ب) نمودار تابع با ضابطهٔ $y = \log_a x$ ($0 < a < 1$) از نقطهٔ $(0, 1)$ عبور می‌کند.

پ) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود.

۴۱) الف - اگر نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = \log_a x$ از نقطهٔ $(2, 2)$ عبور کند، مقدار a را بدست آورید.

ب - اگر نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x) = \log_a x$ از نقطهٔ $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار a چند است؟

۴۲) اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ و $\log 7 = c$ باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log 5$

ب) $\log 18$

پ) $\log 1,5$

ت) $\log 75$

ث) $\log 42$

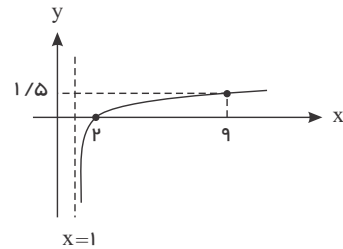
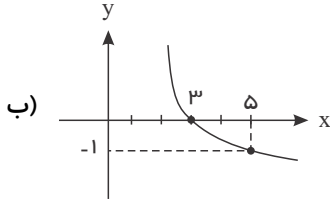
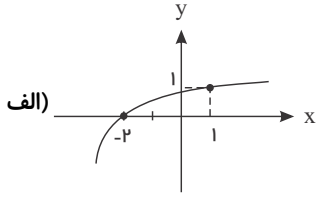
ج) $\log \frac{98}{45}$

چ) $\log \sqrt{210}$

ح) $\log \frac{\sqrt[3]{35}}{12}$

خ) $\log(135\sqrt[4]{56})$

۴۳ ضابطه مربوط به هر کدام از توابع لگاریتمی زیر را بنویسید.



۴۴ اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a(x-1)$ بصورت زیر باشد، ضابطه وارون آن را بدست آورید.

۴۵ نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a(x-a)$ از نقطه $(0, 1)$ عبور می کند. دامنه این تابع را بدست آورید.

۴۶ نمودار وارون تابع $f(x) = \log_a x + 1$ از نقطه $(4, 3)$ می گذرد، مقدار a را بدست آورید.

۴۷ دامنه توابع زیر را بدست آورید.

الف) $y = \log_x(2x + 6)$

ب) $f(x) = \log_{(x-1)}(12 - 2x)$

پ) $f(x) = \log_{(x-2)}(25 - x^2)$

ت) $f(x) = \log_{(x-5)}(x^2 - 16)$

۴۸ اگر ضابطه تابع f بصورت $f(x) = \log_a x$ و $f(125) = -3$ باشد، مقدار $f(\frac{\sqrt{5}}{25})$ را بدست آورید.

۴۹ نمودار تابع $y = 2 - \log_3(x+4)$ محور x ها را با چه طولی قطع می کند؟

۵۰ اگر $\log_y x = 2$ و $7y - x = 12$ باشد، x و y را بدست آورید.

۵۱ اگر $\log_{128} x = \frac{1}{7}$ و $\log_{125} y = \frac{1}{3}$ باشد مقدار $y - x$ را بدست آورید.

۵۲ لگاریتم x در مبنای ۸ برابر $\frac{4}{3}$ است، $\sqrt{x}$ را بدست آورید.

۵۳ اگر $f(x) = \log_3(x^2 + 3)$ باشد، حاصل $f(2\sqrt{6})$ را بدست آورید.

۵۴ اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ باشد، لگاریتم $(4a + 1)$ در پایه ۴ را بدست آورید.

۵۵ لگاریتم ۱۲۵ در چه مبنایی برابر $\frac{3}{4}$ است؟

۵۶ لگاریتم عدد x در مبنای ۱۶ برابر $\frac{1}{8}$ است، x را بدست آورید.

۵۷ مقدار x را بدست آورید.

الف) $\log_2 64 = 2x - 4$

ب) $\log_{16} x = \frac{5}{4}$

پ) $\log_3 (4x + 3) = 3$

ت) $\log_x (x^2 + 2x - 8) = 2$

۵۸ هر یک از اعداد زیر بین کدام اعداد صحیح قرار دارند؟

الف) $\log_3 20$

ب) $\log_{\frac{1}{4}} 40$

پ) $\log_{\frac{1}{2}} 100$

ت) $\log \sqrt[3]{8}$

ث) $\log_{\frac{1}{3}} 60$

۵۹ رابطه‌های لگاریتمی زیر را بصورت نمایی بنویسید.

الف) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$

ب) $\log_{128} 2 = \frac{1}{7}$

پ) $\log_{1000} 10000 = \frac{3}{2}$

ت) $\log_{27} 81 = \frac{4}{3}$

ث) $\log_3 729 = 6$

ج) $\log_9 3 = \frac{1}{2}$

۶۰ رابطه‌های نمایی زیر را بصورت لگاریتمی بنویسید.

الف) $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

ب) $8^{-3} = \frac{1}{512}$

پ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32$

ت) $(64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8}$

ث) $3^5 = 243$

ج) $(81)^{\frac{1}{4}} = 3$

۶۱ اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(8, 3)$ عبور کند، مقدار a را به دست آورید.

۶۲ نمودار تابع $y = \log x$ را رسم کنید.

۶۳ نمودار تابع $f(x) = -\log_2 (x + 2)$ را رسم کنید. دامنه آن را به صورت بازه بنویسید.

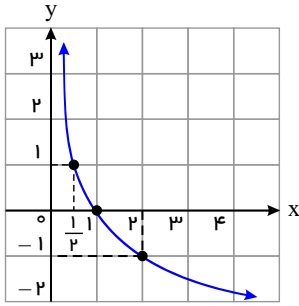
۶۴ آیا دو تابع $f(x) = \log x^2$ و $g(x) = 2 \log x$ مساوی‌اند؟ چرا؟

۶۵ نمودار تابع $y = -\log_3 x^{-3}$ را رسم کنید.

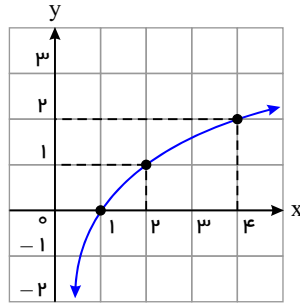
قضایای لگاریتم

۶۶ اگر $\log x = 1 + 2 \log \sqrt{3} - \log 60$ باشد، مقدار $\log_2 x$ چقدر است؟

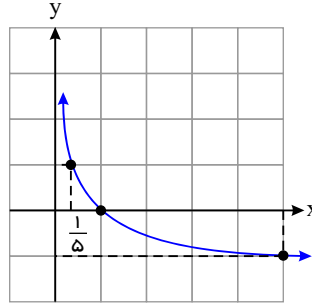
۶۷ نمودار چند تابع لگاریتمی در زیر رسم شده است. ضابطه مربوط به هر کدام را بنویسید.



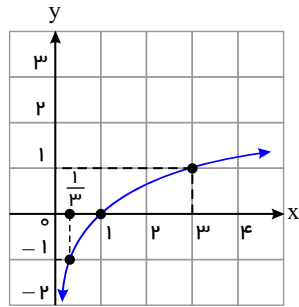
(۱)



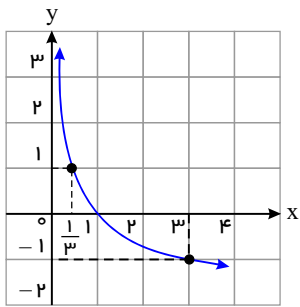
(۲)



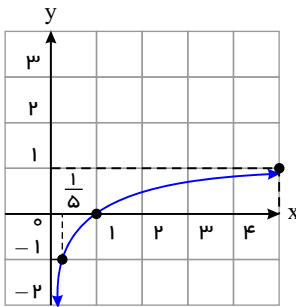
(۳)



(۴)



(۵)



(۶)

۶۸ اگر $f(x) = 3 - 2\log_4\left(\frac{x}{2} - 5\right)$ مقدار $f(42)$ را بدست آورید.

۶۹ حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log_7 \sqrt[5]{49}$

ب) $\log_3 27^{\frac{1}{2}}$

پ) $-\log_5 125$

ت) $3\log_{10} \sqrt{1000}$

۷۰ اگر $\log_y \sqrt{2} = \frac{1}{4}$ و $\log_x \sqrt[3]{16} = \frac{4}{3}$ باشند، حاصل $\log_x y^2$ را بدست آورید.

۷۱ اگر $\log_3 18 = a$ باشد، حاصل $\log_3 2$ را برحسب a بدست آورید.

۷۲ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 1000x + 10 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\log(\alpha + \beta) - \log \alpha - \log \beta$ را بدست آورید.

۷۳ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) $\log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{n}{n+1}$

ب) $5^{(2\log_5 2 + 3\log_5 3)}$

۷۴ اگر $\log 2 + \log 3 = a$ ، $\log 3 + \log 7 = b$ ، $\log 2 + \log 7 = c$ باشد، $\log 42$ چقدر است؟

۷۵ اگر لگاریتم عددی در مبنای a برابر b باشد، لگاریتم این عدد در چه مبنایی برابر $\frac{b}{3}$ است؟

۷۶ اگر $\log_2 \sqrt[5]{e^2} = A$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{e}} 32$ را بدست آورید.

۷۷ اگر $\log_8 2 \sqrt[5]{0.25} = A$ باشد، آنگاه مقدار $\log_4 \left(\frac{1}{A} - 1\right)$ چقدر است؟

۷۸ اگر $\log_a 8 = -\frac{3}{4}$ باشد، مقدار $\log_2 \frac{2}{a}$ را بدست آورید.

۷۹ اگر $\log_{\sqrt{3}} a = \frac{4}{3}$ باشد، مقدار $\log_8 (a^3 + 7)$ چقدر است؟

۸۰ اگر $\log 3 + \log \sqrt[3]{3} = \log (81)^k$ باشد، حاصل عبارت $\log_p \frac{5}{k}$ را بدست آورید.

۸۱ اگر $\log_4 x^3 = x^3$ باشد، مقدار $\log \frac{1}{2} x$ را بدست آورید.

۸۲ اگر $\log_9 \sqrt{3} = x$ باشد، آنگاه $\log_p (1-x)$ چقدر است؟

۸۳ اگر $\log_b a = \frac{3}{2}$ باشد، آنگاه مقدار $\log_{\sqrt{b}} ab^2$ را بدست آورید.

۸۴ اگر $\log x = 2,72$ ، $y = 10^{1,03}$ ، $\log z = 0,52$ باشند، حاصل عبارت $\log \frac{y\sqrt{x}}{z^3}$ را بدست آورید.

۸۵ حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log 35 + 2 \log 2\sqrt{7} - \log 200 - 2 \log 7$

ب) $\log_5 200 - \log_5 40$

پ) $\log_6 12\sqrt{3} + \log_6 3\sqrt{12}$

ت) $7^{(2\log_7 3 + 3\log_7 2)}$

ث) $\sqrt{10}^{(\log 32 + \log 8)}$

ج) $8^{(\log_2 \sqrt[3]{20} - \log_2 3)}$

چ) $\log 20 + 6 \log \sqrt[6]{5} - \log_6 \sqrt[3]{32}$

۸۶ اگر $\log 5 = 3x$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $\log \sqrt[3]{128}$ چقدر است؟

۸۷ اگر $3^a = A$ باشد، حاصل $\log_3 9A^2$ چقدر است؟

۸۸ اگر $\log 2 = k$ باشد، حاصل $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \log(1 + \sqrt{5})$ چقدر است؟

۸۹ اگر $\log 2 = a$ باشد، حاصل $\log 1,25$ چقدر است؟

۹۰ اگر $\log 2 = a$ ، $\log 3 = b$ ، حاصل $\log_{27} 125$ را بر حسب a, b بدست آورید.

۹۱ حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

الف) $\log_5 150 - \log_5 6$

ب) $\log_7 \sqrt[3]{343}$

پ) $\log_5 625 + \log_2 \frac{1}{64} + \log_{10} 0,001$

ت) $5^{(\log_5 3 - 2)}$

ث) $6 \log_9 \sqrt[3]{81} - 3 \log_2 \frac{1}{8} + 4 \log_5 \frac{1}{125}$

ج) $\log_{27} 243$

چ) $\log \frac{1}{3} 27 - 3 \log_7 \frac{1}{49} + 2 \log 0,0001$

ح) $\log_5 (\sqrt{125})^3$

۹۲ تساوی‌های زیر را ثابت کنید.

الف

$$\log_c abd = \log_c a + \log_c b + \log_c d$$

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

ب

پ

$$a^{\log_a b} = b$$

ت

$$\log_b a \times \log_a b = 1$$

الف

$$\log 12$$

ب

$$\log 0.75$$

پ

$$\log \sqrt{5}$$

ت

$$\log \frac{25}{18}$$

ث

$$\log \sqrt[3]{6}$$

ج

$$\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[4]{5}}$$

معادلات و نامعادلات لگاریتمی

۹۴ اگر $\log_x (x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$ باشد، مقدار $\log_2 x$ را بدست آورید.

۹۵ از دو معادله $x^2 + y^2 = 46$ و $\log_3 x + \log_3 y = 2$ مقدار $\log_3 (x + y)$ را بدست آورید.

۹۶ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_9 (x^2 - 24) = \log_9 5x$

ب) $\log_3 (x^2 - 1) = 1 + \log_3 (x + 9)$

پ) $\log_x (x^3 - 2x) = 2$

ت) $\begin{cases} \log x = \log 2 + \log y \\ 2^x \times 8^y = 4 \end{cases}$

ث) $\begin{cases} \log y = 2 \log 3 + \log x \\ 2^{x-y} \times 4^{x+y} = 1 \end{cases}$

۹۷ معادله لگاریتمی $\log_2 x + \log_2 (x - 2) = 3$ را حل کنید.

۹۸ نمودار تابع با ضابطه $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ را رسم کنید.

۹۹ اگر $\log(x^2 - x + 1) + \log(x + 1) = 1$ باشد، مقدار $\log_3 x$ را بدست آورید.

۱۰۰ از معادله لگاریتمی $\log_3 (2x^2 + 1) - \log_3 (x + 2) = 1$ مقدار $\log_8 (2x - 1)$ را بیابید.

۱۰۱ اگر $\log \frac{2}{x} + \log(x + 1) = 1$ باشد، مقدار $\log_8 x$ را بیابید.

۱۰۲ اگر $\log_2 (5x + 1) + \log_2 x = 2$ باشد، مقدار $\frac{4}{x}$ را بدست آورید.

۱۰۳ اگر لگاریتم عددی در پایه ۹ برابر $\frac{3}{2}$ باشد، لگاریتم معکوس این عدد در پایه ۳ چقدر است؟

۱۰۴ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_7 x + \log_7 (x - 2) = 3$

ب) $2 \log \sqrt{2x + 3} + \log(2x - 3) - \frac{1}{2} \log 49 = 0$

پ) $\begin{cases} 1 + \log \sqrt{x+1} = \log y \\ 4\sqrt{2} = 4^x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log 10 + \log \sqrt{x+1} = \log y \\ 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2x} \end{cases}$

۱۰۵ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_x (x^2 + x) = \log_x 6$

ب) $\log_9 x^2 + 7x + 7 = 0$

پ) $\log_x (x^3 + 3x - 6) = 3$

ت) $\log_8 (x+1)^3 + 2 \log_8 x = 1$

ث) $\log_{12} (x-2) + \log_{12} (x+2) = 1$

ج) $\log 3x - \log 4 = \log(7-x)$

چ) $\log_3 \sqrt{3} + \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_2 x$

۱۰۶ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log_8 (x+6) = \log_8 (2x-8)$

ب) $\log_8 (x+6) + \log_8 (x+2) = 1$

پ) $\log_8 (x+2) = \log_8 8$

ت) $\log(x+1) - \log(x-3) = 3$

ث) $\log_2 (2x+1) = 3$

ج) $\log(2x) - \log(x-3) = 1$

چ) $\log \sqrt{x} = \log_2 64$

ح) $\log_2 (x-2) = \frac{1}{2}$

۱۰۷ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف

$\log_3 (p^2 - 2) = \log_3 p$

ب

$\log_8 (x+1) + \log_8 (x-1) = 1$

پ

$3 \log_8 a - \log_8 5 = \log_8 25$

ت

$\log_{\frac{1}{10}} (x^2 - 21) = -2$

۱۰۸ معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف

$\log_8 x = 3$

ب

$$\log_7(2x + 1) = 3$$

پ

$$\log_7(x + 1) + \log_7(x + 4) = 2$$

ت

$$\log_7 243 = 2x + 1$$

ث

$$\log_7(x - 1) = 4$$

ج

$$\log(2x) - \log(x - 3) = 1$$

چ

$$2\log_7(x - 1) = 3$$

۱۰۹ با استفاده از روش انتقال، قرینه و ۰۰۰ نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

الف

$$y = \log(x - 2)$$

ب

$$y = \log_7^{(x+1)} - 1$$

پ

$$y = \log_{\frac{1}{5}}^x + 3$$

ت

$$y = -\log_7^{(x+2)}$$

ث

$$y = \log_{\frac{1}{3}}^{(-x)}$$

۱۱۰ معادلات نمایی و لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف

$$3^{x-2} = \frac{1}{27^x}$$

ب

$$\log(x + 3) + \log x = 1$$

۱۱۱ معادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$\log(x + 2) = 3 \log 2 - \log(x - 5)$$

۱۱۲ معادلهٔ (الف) را حل کنید و حاصل عبارت (ب) را به دست آورید.

الف) $\log_5(x + 6) + \log_5(x + 2) = 1$

ب) $\log_{12} 4 + 2 \log_{12} 6 =$

محاسبه تقریبی مقدار لگاریتم

۱۱۳ اگر $\log 2 = m$ و $\log 3 = n$ باشند آنگاه مقدار $\log \frac{\sqrt{27}}{16}$ را بر حسب m و n به دست آورید.

۱۱۴ اگر $\log 2 \cong 0.3$ و $\log 3 \cong 0.5$ ، در این صورت مقدار تقریبی $\log 125$ را محاسبه کنید.

۱۱۵ اگر $\log 2 \cong 0.3$ و $\log 3 \cong 0.5$ باشند مقدار $\log \sqrt{30}$ را به دست آورید.

۱۱۶ اگر $\log 2 \cong 0.3$ و $\log 3 \cong 0.5$ باشند، مقدار تقریبی $\log \sqrt[3]{12^2}$ را به دست آورید.

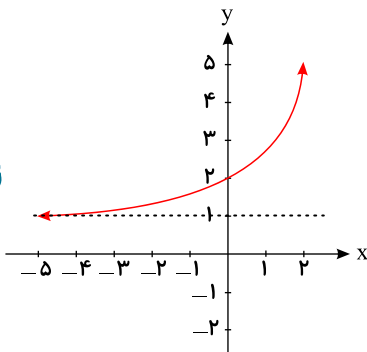
۱۱۷ اگر $\log 2 \cong 0.3$ و $\log 3 \cong 0.5$ باشند، مقدار تقریبی $\log \sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ را به دست آورید.

۱۱۸ اگر $\log 2 \approx 0.3$ باشد. مقدار تقریبی $\log 400$ را به دست آورید.

۱۱۹ اگر $\log 2 \approx 0.3$ و $\log 3 \approx 0.48$ آنگاه حاصل $\log 12$ را بیابید.

درس سوم: نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی

۱۲۰ در دستگاه مختصات روبرو نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{(x-b)}$ رسم شده است. a و b را بدست آورید.

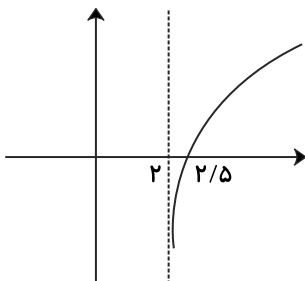


۱۲۱ نمودار تابع‌های $y = 2^x + 1$, $y = 2^{(x+3)}$, $y = 2^{(x-2)} - 2$, $y = 3 - 2^x$ و $y = 2^{-x} - 4$ را رسم کنید و دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۱۲۲ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف نقطه $(\frac{1}{p}, \sqrt{5})$ روی نمودار تابع با ضابطه $y = 5^x$ قرار دارد.

۱۲۳ در دستگاه مختصات مقابل نمودار تابع با ضابطه $y = a + \log_2(x+b)$ رسم شده است. مقادیر a و b را به دست آورید.



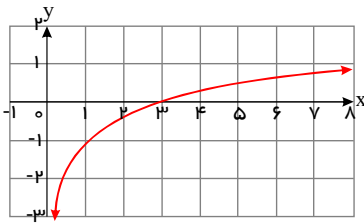
۱۲۴ نمودار تابع $f(x) = 3^{ax-2} + b$ از نقاط $(0, -\frac{8}{9})$, $(2, 8)$ می‌گذرد. مقادیر a و b را به دست آورید.

۱۲۵ نمودار تابع $y = -\log_3(x-2)$ را رسم کنید. (مراحل انتقال را رسم کنید)

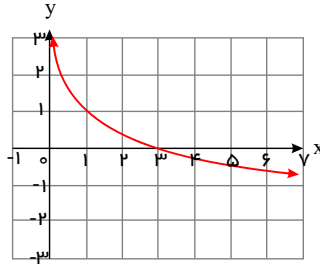
۱۲۶ نمودار تابع نمایی با ضابطه $f(x) = a \times b^x - 5$ از دو نقطه $(1, 7)$ و $(-1, -\frac{17}{4})$ می‌گذرد. مقادیر a و b را به دست آورید.

۱۲۷ کدامیک از ضابطه‌ها به کدامیک از نمودارها تعلق دارند.

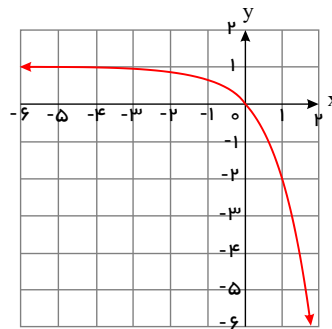
۱) $y = \log_3(x-1)$ ۲) $y = 3^x + 1$ ۳) $y = 1 - 3^x$
۴) $y = \log_3 x - 1$ ۵) $y = 1 - \log_3 x$ ۶) $y = 3^{(x-2)}$



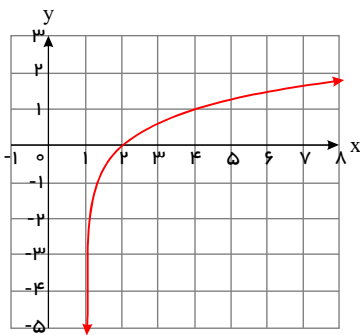
(الف)



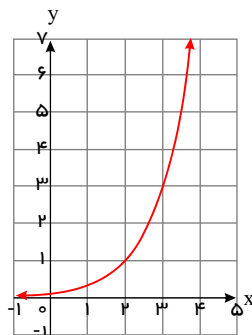
(ب)



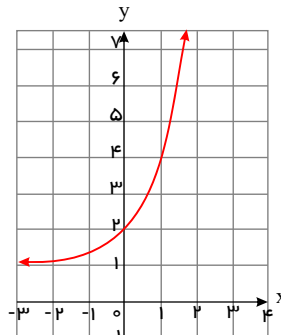
(پ)



(ت)



(ث)



(ج)

۱۲۸ نمودار تابع با ضابطه $y = 4^x - 1$ را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید.

۱۲۹ فرض می‌کنیم $g(x) = 3^x + 2$

الف) $g(-1)$ را بدست آورید.

ب) اگر $g(x) = 66$ باشد، مقدار x چقدر است؟

۱۳۰ تابع با ضابطه $f(x) = -\log_3(x+b) + c$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲- و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع می‌کند.

ضابطه تابع را بدست آورده و سپس $f(4)$ را محاسبه کنید.

۱۳۱ نمودار تابع $y = \log x$ را ابتدا نسبت به محور y ها قرینه کرده و سپس آن را ۵ واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم. ضابطه‌ی تابع جدید را بنویسید.

۱۳۲ نمودار تابع $y = \log x$ را ۴ واحد به سمت راست و ۳ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

۱۳۳ نمودار تابع‌های $y = \log_3 x$ ، $y = \log_3(x-3)$ ، $y = \log_3(x+5) + 2$ ، $y = \log_3(-x) + 2$ ، $y = 3 - \log_3 x$ و $y = 3 - \log_3 x$ را بنویسید.

۱۳۴ نقاط تلاقی نمودار تابع $y = 1 - 3^{x+2}$ را محورهای مختصات بنویسید.

۱۳۵ تابع با ضابطه $f(x) = 2^{-(x+b)} + c$ ، محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۴- قطع می‌کند. ضابطه تابع را بدست آورده و سپس $f(-2)$ را بدست آورید.

۱۳۶ نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x + 3$ را ۲ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

۱۳۷ نمودار تابع $y = 2^x$ را ۳ واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. ضابطه تابع جدید را بنویسید.

۱۳۸ اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x - 1$ از نقطه $(9, 1)$ عبور کند:

الف) مقدار a را به دست آورید.

ب) نمودار تابع را رسم کنید.

کاربرد توابع نمایی و لگاریتمی

۱۳۹) بزرگی زمین‌لرزه از رابطه $\log E = 11.8 + 1.5M$ بدست می‌آید که در آن M بزرگی زمین‌لرزه برحسب ریشتر و E انرژی آزاد شده برحسب ارگ است. مقدار انرژی آزاد شده در هریک از زلزله‌های زیر را محاسبه کنید.

الف) زلزله روز ۲۷ فوریه ۲۰۱۰ به شدت ۸٫۸ ریشتر در مائول شیلی

ب) زلزله روز ۲۶ دسامبر ۲۰۰۴ به شدت ۹٫۱ ریشتر در سوماترای اندونزی.

پ) زلزله روز ۲۲ می ۱۹۶۰ به شدت ۹٫۶ ریشتر در والدیویا شیلی. (بزرگ‌ترین زلزله ثبت شده در تاریخ)

۱۴۰) شدت صدا بر حسب دسی‌بل از رابطه $D = 10 \log \frac{I}{I_0}$ محاسبه می‌شود. ($I_0 = 10^{-12} \text{ watt/m}^2$)

اگر شدت صوت 10^{-10} وات در متر مربع باشد، چند دسی‌بل شدت صدا خواهیم داشت؟ ($\log 2 \simeq 0.3010$)

۱۴۱) جمعیت یک شهر هر سال ۴ درصد افزایش می‌یابد. اگر جمعیت اولیه ۱۰۰۰۰۰ باشد، تابعی بنویسید که جمعیت شهر را بعد از گذشت t سال نمایش می‌دهد.

۱۴۲) در زلزله روز ۲۱ آبان ۱۳۹۶ از گله کرمانشاه، $10^{22.6} \text{ Erg}$ انرژی آزاد شده است. بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟

۱۴۳) اگر تعداد باکتری موجود در یک نمونه از فرمول $P(t) = 600 \times 2^{\frac{t}{2}}$ بدست آید که t نشان دهنده زمان بر حسب ساعت باشد مطلوبست:
الف) تعداد اولیه باکتری‌ها

ب) تعداد باکتری‌ها پس از ۸ ساعت

پ) پس از چند ساعت ۷۶۸۰۰ باکتری داریم؟

۱۴۴) اگر PH یک محلول برابر ۲ باشد، غلظت یون هیدرونیوم آن چقدر است؟

۱۴۵) PH یک محلول از رابطه $PH = -\log[H^+]$ بدست می‌آید که در آن $[H^+]$ ، غلظت یون هیدرونیوم (H^+) بر حسب مول بر لیتر است.
اگر $[H^+] = 10^{-\frac{3}{L} \text{ mol}}$ باشد، PH محلول چقدر است؟

پاسخنامه تشریحی

۱

نقطه $(1, 0)$ روی نمودار قرار ندارد $\rightarrow 3^1 \neq 0$ (الف)

نقطه $(3, 1)$ روی نمودار قرار ندارد $\rightarrow 3^3 \neq 1$ (ب)

نقطه $(0, 1)$ روی نمودار قرار دارد $3^0 = 1$ (پ)

نقطه $(\sqrt{3}, \frac{1}{3})$ روی نمودار قرار ندارد $\frac{1}{3} \neq 3^{\sqrt{3}}$ (ت)

نقطه $(1, 3)$ روی نمودار قرار دارد $3 = 3^1$ (ث)

نقطه $(-1, \frac{1}{3})$ روی نمودار قرار دارد $\frac{1}{3} = 3^{-1}$ (ج)

۲ الف - گزاره صحیح است زیرا $\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$

ب - گزاره صحیح نیست زیرا $1 \circ 1 = 1$ و محل تقاطع نمودار با محور y ها نقطه $(0, 1)$ است.

پ - گزاره صحیح است زیرا دامنه هر دو تابع $\mathbb{R}$ یا اعداد حقیقی است.

ت - گزاره صحیح نیست زیرا تابع نمایی با محور x ها محل تقاطع ندارد.

۳

$$f(x+4) = a^{x+4} \Rightarrow a^{x+4} = 9 \times a^x \Rightarrow \frac{a^{x+4}}{a^x} = 9 \rightarrow a^4 = 9$$

$$f(x) = a^x \rightarrow a^4 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ a = -\sqrt{3} \end{cases} \rightarrow f(x) = \sqrt{3^x} \text{ غ}$$

$$\rightarrow f(6) - f(4) = (\sqrt{3})^6 - (\sqrt{3})^4 = (3^{\frac{1}{2}})^6 - (3^{\frac{1}{2}})^4 = 3^3 - 3^2 = 27 - 9 = 18 \rightarrow f(6) - f(4) = 18$$

۴

$$\begin{cases} A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \rightarrow f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = ab^{-\frac{1}{2}} - 1 \rightarrow ab^{-\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} \\ B(1, 11) \rightarrow f(1) = 11 \rightarrow 11 = ab^1 - 1 \rightarrow ab = 12 \end{cases} \div \rightarrow b^{\frac{3}{2}} = \frac{12}{\frac{3}{2}}$$

$$\rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 8 \rightarrow b^{\frac{3}{2}} = 2^3 \rightarrow b^{\frac{1}{2}} = 2 \rightarrow b = 4, a = 3$$

$$\rightarrow f(x) = 3 \times 4^x - 1 \rightarrow f(-1) = 3 \times 4^{-1} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4} \rightarrow f(-1) = -\frac{1}{4}$$

۵

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2a-1}{a+2} < 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|c} a & -2 & & \frac{1}{2} & \\ \hline 2a-1 & - & - & 0 & + \\ \hline a+2 & - & 0 & + & + \\ \hline 2a-1 & + & 0 & - & + \\ \hline a+2 & + & 0 & - & + \end{array} \\ \frac{2a-1}{a+2} \neq 1 \rightarrow 2a-1 \neq a+2 \rightarrow 2a-a \neq 2+1 \rightarrow a \neq 3 \end{array} \right\} \rightarrow a \in (-\infty, -2) \cup (\frac{1}{2}, +\infty) - \{3\}$$

سه نقطه

۶

۷

الف) $3^x < 3^y$

ب) $4^x < 4^y$

۸

الف) $3^{2.5} > 3^{\frac{7}{3}}$

ب) $4\sqrt{7} > 4\sqrt{5}$

۹

الف) $f(3) = 3^3 = 27$

ب) $g(-1) = \left(\frac{1}{16}\right)^{(-1)} = 16$

پ) $h(-2) = 10^{-2} = \frac{1}{100}$

۱۰

الف) $y = 2x^2 - 3x + 1$ تابع نمایی نیست

ب) $y = x^3$ تابع نمایی نیست

پ) $y = (0.1)^x$ تابع نمایی است

ت) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ تابع نمایی است

ث) $y - 3x = 2$ تابع نمایی نیست

ج) $y = \sqrt{x-1}$ تابع نمایی نیست

۱۱

محل تلاقی نمودار با محور x ها $y = 0 \rightarrow 2^{x+2} - 16\sqrt{2} = 0 \rightarrow 2^{x+2} = 16\sqrt{2}$

$\rightarrow 2^{x+2} = 2^4 \times 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow 2^{x+2} = 2^{4.5} \rightarrow x+2 = 4.5 \rightarrow \boxed{x = 2.5}$

$\rightarrow \boxed{A(2.5, 0)}$

۱۲

الف) $5\sqrt{2}, 5^{1.5}, 5\sqrt{3} \rightarrow 1 < 5, \sqrt{2} < 1.5 < \sqrt{3} \rightarrow 5\sqrt{2} < 5^{1.5} < 5\sqrt{3}$

ب) $3^2\sqrt{3}, 3\sqrt{10}, 3^3\sqrt{2}, 3^4 \rightarrow 1 < 3, \sqrt{10} < 2\sqrt{3} < 4 < 3\sqrt{2} \rightarrow 3\sqrt{10} < 3^2\sqrt{3} < 3^4 < 3^3\sqrt{2}$

پ) $\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{8}, 2^{-3}, (0.5)\sqrt{10} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{8}, \left(\frac{1}{2}\right)^3, \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{10} \rightarrow 0 < \frac{1}{2} < 1, \sqrt{8} < 3 < \sqrt{10}$

$\rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{8} > \left(\frac{1}{2}\right)^3 > \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt{10}$

۱۳

الف) $8^{x-1} = \frac{8^x}{8} = \frac{(2^3)^x}{8} = \frac{(2^x)^3}{8} = \frac{6^x}{8} = \frac{6^x}{2^3} = \left(\frac{6}{2}\right)^x = 3^x = 27$

ب) $4^x + 8^x = (2^2)^x + (2^3)^x = (2^x)^2 + (2^x)^3 = 6^2 + 6^3 = 36 + 216 = 252$

پ) $16^{x-2} = \frac{16^x}{16^2} = \frac{(2^4)^x}{(2^4)^2} = \frac{(2^x)^4}{(2^2)^4} = \frac{6^4}{4^4} = \left(\frac{6}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16}$

ت) $(0.25)^{2x} \times 64^{x-1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2x} \times \frac{64^x}{64} = (2^{-2})^{2x} \times \frac{(2^6)^x}{2^6} = \frac{2^{-4x} \times 2^{6x}}{2^6} = \frac{2^{2x}}{2^6}$

$= \frac{(2^x)^2}{2^6} = \frac{6^2}{2^6} = \frac{36}{64} = \frac{9}{16}$

الف) $\frac{2^{-3} \times 5^4}{5^{-6} \times 2^7} = \frac{5^{10}}{2^{10}} = \left(\frac{5}{2}\right)^{10}$

ب) $3^{-4} \times 6^9 \times 2^{-4} = 6^{-4} \times 6^9 = 6^5$

۱۴

$$\text{پ)} \frac{2^{12} \times (0.75)^8}{3^8 \times (0.5)^{-2}} = \frac{2^{12} \times (\frac{3}{4})^8}{3^8 \times (\frac{1}{2})^{-2}} = \frac{2^{12} \times \frac{3^8}{4^8}}{3^8 \times 2^2} = \frac{2^4 \times \cancel{3^8}}{\cancel{3^8} \times 2^2} = 2^2$$

$$\text{ت)} \frac{5^8 \times 25^3 \times 9^{-1}}{(0.008)^{-2} \times 15^{-2}} = \frac{5^8 \times (5^2)^3 \times (3^2)^{-1}}{(\frac{1}{125})^{-2} \times (5 \times 3)^{-2}} = \frac{5^8 \times \cancel{5^6} \times \cancel{3^{-2}}}{\cancel{5^6} \times 5^{-2} \times \cancel{3^{-2}}} = 5^6$$

$$\text{ث)} \frac{(\frac{9}{5})^6 \times (\frac{5}{9})^{-6}}{2^{-8} \times 4} = \frac{(\frac{9}{5})^6 \times (\frac{5}{9})^6}{2^{-8} \times 2^2} = \frac{(\frac{9}{5})^6}{2^{-6}} = \frac{3^6}{2^{-6}} = 3^6 \times 2^6 = 6^6$$

$$\text{ج)} \frac{(0.25)^3 \times 16^3 \times 3^{-8}}{27^{-1} \times (\frac{8}{3})^5} = \frac{4^3 \times 3^{-8}}{3^{-3} \times \frac{4^5}{3^5}} = \frac{4^3 \times \cancel{3^{-8}}}{\cancel{3^{-3}} \times 4^5 \times 3^{-5}} = \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$$

$$\begin{cases} A(2, 6) \rightarrow f(2) = 6 \rightarrow ab^2 - 3 = 6 \rightarrow ab^2 = 9 \\ B(1, 0) \rightarrow f(1) = 0 \rightarrow ab - 3 = 0 \rightarrow ab = 3 \end{cases} \div \boxed{b=3}, \boxed{a=1}$$

$$\rightarrow \boxed{f(x) = 3^x - 3} \rightarrow f(-1) = 3^{-1} - 3 = \frac{1}{3} - 3 = \frac{1-27}{3} \rightarrow \boxed{f(-1) = \frac{-26}{3}}$$

$$\begin{cases} f(0) = -3 \rightarrow a \times 2^0 + b = -3 \\ f(2) = 3 \rightarrow a \times 2^2 + b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b = -3 \\ 4a + b = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a - b = 3 \\ 4a + b = 3 \end{cases} +$$

$$3a = 6 \rightarrow \boxed{a=2}, \boxed{b=-5} \rightarrow \boxed{f(x) = 2 \times 2^x - 5}$$

$$\begin{cases} f(1) = -1 \rightarrow a \times 3^1 + b = -1 \\ f(2) = 1 \rightarrow a \times 3^2 + b = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a + b = -1 \\ 9a + b = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3a - b = 1 \\ 9a + b = 1 \end{cases} +$$

$$6a = 2 \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}}, \boxed{b = -2}$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{1}{3} \times 3^x - 2 \rightarrow f(x) = 3^{x-1} - 2 \rightarrow \boxed{f(x) = 3^{x-1} - 2}$$

$$f(x+2) = 3^{x+2} = 3^2 \times 3^x = 9 \times 3^x, f(x+1) = 3^{x+1} = 3^1 \times 3^x = 3 \times 3^x$$

$$\rightarrow f(x+2) - 2f(x+1) = 9 \times 3^x - 2(3 \times 3^x) = 9 \times 3^x - 6 \times 3^x = 3 \times 3^x$$

$$\rightarrow f(x+2) - 2f(x+1) = 3f(x)$$

$$\begin{cases} f(-2) = \frac{3}{32} \rightarrow \frac{3}{32} = ab^{-2} \rightarrow \frac{3}{32} = \frac{3}{2} \times b^{-2} \rightarrow \frac{2}{32} = b^{-2} \rightarrow 16 = b^2 \begin{cases} \boxed{b=4} \\ b=-4 \end{cases} \text{ غ} \\ f(0) = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{3}{2} = ab^0 \rightarrow \boxed{a = \frac{3}{2}} \end{cases}$$

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

۱۹

$$\rightarrow f(x) = \frac{3}{2} \times 2^x \rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2} \times 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times (2^{\frac{1}{2}})^3 = \frac{3}{2} \times 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \times 2^{\frac{3}{2}} \rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = 12$$

$$f(4) = a^4, f(6) = a^6 \rightarrow a^4 = 9a^6 \rightarrow \frac{1}{9} = \frac{a^6}{a^4} \rightarrow a^2 = \frac{1}{9}$$

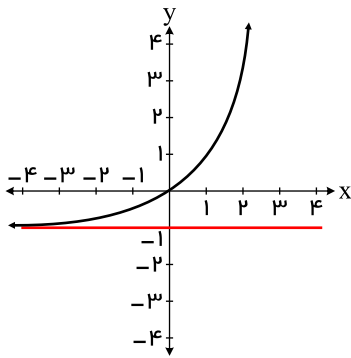
$$\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ a = -\frac{1}{3} \end{cases} \rightarrow f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x \rightarrow f(-2) + f(-3) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^2 + 3^3 = 9 + 27$$

$$\rightarrow f(-2) + f(-3) = 36$$

$$\begin{cases} 4a + 1 > 0 \rightarrow 4a > -1 \rightarrow a > -\frac{1}{4} \rightarrow a \in \left(-\frac{1}{4}, +\infty\right) - \{0\} \\ 4a + 1 \neq 1 \rightarrow 4a \neq 0 \rightarrow a \neq 0 \end{cases}$$

$$(-3, +\infty) : \text{برد} \quad (-\infty, +\infty) : \text{دامنه}$$

$$f^{-1}(x) = \log_7 x$$



$$D_f = (-\infty, +\infty) \quad R_f = (-1, +\infty)$$

$$g(-1) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-1} = 9$$

$$f(-1) = g(-1) \rightarrow 3^{-a+b} = 9 \rightarrow 3^{-a+b} = 3^2 \rightarrow -a + b = 2 \quad *$$

$$f(2) = \frac{1}{3} \rightarrow 3^{2a+b} = 3^{-1} \rightarrow 2a + b = -1 \quad **$$

۲۰

۲۱

۲۲

الف

۲۳

الف (۰, ۱)

۲۴

الف -۴

ب

۲۵

الف (۰, +∞)

۲۶

۲۷

$$*, ** \rightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 2a + b = -1 \end{cases} +$$

$$3a = -3 \rightarrow \boxed{a = -1}, \boxed{b = 1} \rightarrow \boxed{f(x) = 3^{-x+1}}$$

$$f^{-1}(27) = A \rightarrow f(A) = 27 \rightarrow 3^{-A+1} = 27 \rightarrow -A + 1 = 3 \rightarrow \boxed{A = -2} \rightarrow \boxed{f^{-1}(27) = -2}$$

۲۸

$$\text{الف)} 9^x = 3^{2-x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{2-x} \rightarrow 2x = 2-x \rightarrow x^2 - 6x = 0$$

$$\rightarrow x(x-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} \boxed{x = 0} \\ x-6 = 0 \rightarrow \boxed{x = 6} \end{cases}$$

$$\text{ب)} \left(\frac{3}{5}\right)^x = \frac{25}{9} \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^x = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \rightarrow \boxed{x = -2}$$

$$\text{پ)} 3^{5x+2} = 27\sqrt{3} \rightarrow 3^{5x+2} = 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} \rightarrow 3^{5x+2} = 3^{\frac{5}{2}} \rightarrow 5x+2 = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{5}{2}$$

$$\rightarrow 5x = \frac{5}{2} - 2 \rightarrow 5x = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{10}}$$

$$\text{ت)} \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{16}{81}\right)^x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2^4}{3^4}\right)^x \rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x+3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x}$$

$$\rightarrow 2x+3 = -4x \rightarrow 2x+4x = -3 \rightarrow 6x = -3 \rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

$$\text{ث)} 27^x - 3^{2x-5} = 0 \rightarrow 27^x = 3^{2x-5} \rightarrow (3^3)^x = 3^{2x-5}$$

$$\rightarrow 3^{3x} = 3^{2x-5} \rightarrow 3x = 2x-5 \rightarrow 3x-2x = -5 \rightarrow \boxed{x = -5}$$

$$\text{ج)} 2^x + 2^{x+2} = 40 \rightarrow 2^x + 2^2 \times 2^x = 40 \rightarrow 2^x + 4 \times 2^x = 40 \rightarrow 5 \times 2^x = 40$$

$$\rightarrow 2^x = 8 \rightarrow 2^x = 2^3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\text{ح)} 3^{x+1} - 3^{x-1} = 72 \rightarrow 3 \times 3^x - \frac{3^x}{3} = 72 \rightarrow \frac{9 \times 3^x - 3^x}{3} = 72$$

$$8 \times 3^x = 72 \times 3 \rightarrow 3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\text{خ)} 5^{2x+3y} = 5^{x+y+1} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y = 0 \\ x+y+1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{2x} + 3y = 0 \\ -\cancel{x} - 2y = 1 \end{cases} +$$

$$\boxed{y = 2} \rightarrow \boxed{x = -3}$$

۲۹

$$\text{الف)} 8^{3y} = 16 \rightarrow (2^3)^{3y} = 2^4 \rightarrow 2^{9y} = 2^4 \rightarrow 9y = 4 \rightarrow \boxed{y = \frac{4}{9}}$$

$$\text{ب)} 4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x \rightarrow 2^2 \times 2^{x+1} = (2^{-1})^x \rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x}$$

$$\rightarrow x+3 = -x \rightarrow 2x = -3 \rightarrow \boxed{x = -\frac{3}{2}}$$

$$\text{پ)} 8^{2x} = 2 \times 4^{x+1} \times 2^{2x-1} \rightarrow (2^3)^{2x} = 2 \times (2^2)^{x+1} \times 2^{2x-1}$$

$$\rightarrow 2^{6x} = 2 \times 2^{2x+2} \times 2^{2x-1} \rightarrow 2^{6x} = 2^{4x+3} \rightarrow 6x = 4x+3 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow \boxed{x = 1.5}$$

$$\text{ت)} 8^{x^2} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} \times 16^x \rightarrow (2^3)^{x^2} = \frac{1}{2} \times (2^4)^x \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-1} \times 2^{4x} \rightarrow 2^{3x^2} = 2^{-1+4x}$$

$$\rightarrow 3x^2 = -1 + 4x \rightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)(3x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \\ 3x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{ث) } 2^{3n-2} = \frac{1}{32^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{(2^5)^2} \rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10} \rightarrow 3n-2 = -10 \rightarrow$$

$$3n = -10 + 2 \rightarrow 3n = -8 \rightarrow n = -\frac{8}{3}$$

$$\text{ج) } 9^{y-3} = 27^{y+1} \rightarrow (3^2)^{y-3} = (3^3)^{y+1} \rightarrow 3^{2y-6} = 3^{3y+3} \rightarrow 2y-6 = 3y+3 \rightarrow 2y-3y = 3+6 \rightarrow -y = 9 \rightarrow y = -9$$

$$\text{چ) } 4^{x+3} = \frac{1}{64^3} \rightarrow 4^{x+3} = \frac{1}{(4^3)^3} \rightarrow 4^{x+3} = 4^{-9}$$

$$x+3 = -9 \rightarrow x = -9-3 \rightarrow x = -12 \rightarrow x = -12$$

$$4 \times 2^{x+1} = (0.5)^x \rightarrow 2^2 \times 2^{x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \rightarrow 2^{x+3} = 2^{-x} \rightarrow x+3 = -x \rightarrow 2x = -3 \rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} y = 4^x \\ y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2^{2x} \\ y = 2^{-x+3} \end{cases} \rightarrow 2x = -x+3 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$$

$$y = 2^{2\left(\frac{1}{2}\right)} \rightarrow y = 2^1 \rightarrow y = 2 \rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

$$\overline{OA} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (2)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{17}{4}} \rightarrow OA = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$2^{3n-2} = \frac{1}{32^2} \rightarrow 2^{3n-2} = \frac{1}{(2^5)^2} \rightarrow 2^{3n-2} = 2^{-10}$$

$$\rightarrow 3n-2 = -10 \rightarrow 3n = -8 \rightarrow n = -\frac{8}{3}$$

$$9^{y-3} = 27^{y+1} \rightarrow (3^2)^{y-3} = (3^3)^{y+1} \rightarrow 3^{2y-6} = 3^{3y+3}$$

$$\rightarrow 2y-6 = 3y+3 \rightarrow 2y-3y = 3+6 \rightarrow -y = 9 \rightarrow y = -9$$

$$4^{x+3} = \frac{1}{64^3} \rightarrow 4^{x+3} = \frac{1}{(4^3)^3} \rightarrow 4^{x+3} = 4^{-9}$$

$$\rightarrow x+3 = -9 \rightarrow x = -9-3 \rightarrow x = -12 \rightarrow x = -12$$

$$9^x = 3^{x^2-4x} \rightarrow (3^2)^x = 3^{x^2-4x} \rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2-4x}$$

$$\rightarrow 2x = x^2-4x \rightarrow x^2-6x = 0 \rightarrow x(x-6) = 0 \rightarrow x = 0, x = 6$$

۳۰

۳۱

۳۲

الف

ب

ج

د

ث

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \frac{25}{9} \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \rightarrow x+1 = -2 \rightarrow \boxed{x = -3}$$

۳۳

الف

$$4^{3x+2} = 4^{-3x} \Rightarrow 3x+2 = -3x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

ب

$$\log_7 \frac{(x+1)}{x-3} = 3 \Rightarrow \frac{x+1}{x-3} = 8 \Rightarrow x+1 = 8x-24 \Rightarrow x = \frac{25}{7} \text{ قابل قبول}$$

۳۴

الف

$$2^{-8x+4} = 2^{5-5x} \Rightarrow -8x+4 = 5-5x \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

ب راه حل اول:

$$\log_7(x^2-1) - \log_7(x+3) = 1 \Rightarrow \log_7\left(\frac{x^2-1}{x+3}\right) = 1 \Rightarrow \frac{x^2-1}{x+3} = 7$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

راه حل دوم:

$$\log_7(x^2-1) = \log_7(7) + \log_7(x+3) \Rightarrow \log_7(x^2-1) = \log_7(7x+9)$$

$$\Rightarrow x^2-1 = 7x+9 \Rightarrow x^2-7x-10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \end{cases}$$

۳۵

$$4^{3x+8} = 4^{-6} \Rightarrow 3x+8 = -6 \Rightarrow x = -\frac{14}{3}$$

۳۶

$$3^{2x-1} = \frac{1}{27} \rightarrow 3^{2x-1} = 3^{-3} \Rightarrow 2x-1 = -3 \Rightarrow x = -1$$

۳۷

$$(1.7)^x > (1.7)^y \rightarrow x > y \rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x < \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^y$$

توجه داریم که:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7 < 1$$

۳۸

الف درست

۳۹

$$\log_{\frac{1}{2}} 3 \Rightarrow -2 < \log_{\frac{1}{2}} 3 < -1$$

$$\text{ب) } \log_{0.5}(1.5) \Rightarrow -1 < \log_{0.5}(1.5) < 0$$

۴۰ الف نادرست ب درست پ درست

۴۱

الف) $f(2) = 2 \rightarrow 2 = \log_a 2 \rightarrow a^2 = 2 \rightarrow \boxed{a = \sqrt{2}}$ ، $a = -\sqrt{2}$ غ

ب) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \rightarrow -2 = \log_a \frac{1}{2} \rightarrow a^{-2} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{a^2} = \frac{1}{2}$

$\rightarrow a^2 = 2 \rightarrow \boxed{a = \sqrt{2}}$ ، $a = -\sqrt{2}$ غ

الف) $\log 5 = \log\left(\frac{10}{2}\right) = \log 10 - \log 2 = 1 - a$

ب) $\log 18 = \log(3^2 \times 2) = \log 3^2 + \log 2 = 2 \log 3 + \log 2 = 2b + a$

پ) $\log 1.5 = \log\left(\frac{3}{2}\right) = \log 3 - \log 2 = b - a$

ت) $\log 75 = \log(3 \times 5^2) = \log 3 + \log 5^2 = \log 3 + 2 \log 5 = 3 + 2(1 - a) = 5 - 2a$

ث) $\log 42 = \log(2 \times 3 \times 7) = \log 2 + \log 3 + \log 7 = a + b + c$

ج) $\log \frac{98}{45} = \log\left(\frac{2^2 \times 7 \times 7}{3^2 \times 5}\right) = \log 2^2 + \log 7 + \log 7 - \log 3^2 - \log 5$

$= 2 \log 2 + \log 7 + \log 7 - \log 3^2 - \log 5 = 2c + a - 2b - (1 - a) = 2a - 2b + 2c - 1$

ج) $\log \sqrt{210} = \log \sqrt{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \log(2 \times 3 \times 5 \times 7)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log(2 \times 3 \times 5 \times 7)$

$= \frac{1}{2}(\log 2 + \log 3 + \log 5 + \log 7) = \frac{1}{2}(a + b + c + 1)$

ج) $\log \frac{\sqrt[3]{35}}{12} = \log\left(\frac{\sqrt[3]{5 \times 7}}{2^2 \times 3}\right) = \log(5 \times 7)^{\frac{1}{3}} - \log(2^2 \times 3)$

$= \log(5^{\frac{1}{3}} \times 7^{\frac{1}{3}}) - \log(2^2 \times 3) = \log 5^{\frac{1}{3}} + \log 7^{\frac{1}{3}} - \log 2^2 - \log 3$

$= \frac{1}{3} \log 5 + \frac{1}{3} \log 7 - 2 \log 2 - \log 3 = \frac{1}{3}(1 - a) + \frac{1}{3}c - 2a - b = -\frac{5}{3}a - b + \frac{1}{3}c + \frac{1}{3}$

خ) $\log(135\sqrt[4]{56}) = \log(3^3 \times 5 \times \sqrt[4]{2^3 \times 7}) = \log(3^3 \times 5 \times 2^{\frac{3}{4}} \times 7^{\frac{1}{4}})$

$= \log 3^3 + \log 5 + \log 2^{\frac{3}{4}} + \log 7^{\frac{1}{4}} = 3 \log 3 + \log 5 + \frac{3}{4} \log 2 + \frac{1}{4} \log 7$

$= 3b + (1 - a) + \frac{3}{4}a + \frac{1}{4}c = -\frac{1}{4}a + 3b + \frac{1}{4}c + 1$

الف) $f(x) = \log_a(x + b)$

$\begin{cases} f(-2) = 0 \rightarrow \log_a(-2 + b) = 0 \rightarrow -2 + b = 1 \rightarrow \boxed{b = 3} \\ f(1) = 1 \rightarrow \log_a(1 + b) = 1 \rightarrow 1 + b = a \rightarrow \boxed{a = 4} \end{cases} \rightarrow \boxed{f(x) = \log_4(x + 3)}$

ب) $f(x) = \log_a(x + b)$

$\begin{cases} f(3) = 0 \rightarrow \log_a(3 + b) = 0 \rightarrow 3 + b = 1 \rightarrow \boxed{b = -2} \\ f(5) = -1 \rightarrow \log_a(5 + b) = -1 \rightarrow 5 + b = a^{-1} \rightarrow 5 - 2 = \frac{1}{a} \rightarrow 3 = \frac{1}{a} \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{3}} \end{cases}$

$\rightarrow \boxed{f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x - 2)}$

۴۴

$$f(9) = 1,5 \rightarrow \log_a(9-1) = 1,5 \rightarrow 8 = a^{\frac{3}{2}} \rightarrow 2^3 = (a^{\frac{1}{2}})^3 \rightarrow 2 = a^{\frac{1}{2}} \rightarrow \boxed{a = 4}$$

$$\rightarrow y = \log_4(x-1) \rightarrow 4^y = x-1 \rightarrow x = 4^y + 1 \rightarrow f^{-1}(y) = 4^y + 1 \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = 4^x + 1}$$

۴۵

$$(0, 1) \in f \rightarrow f(0) = 1 \rightarrow \log_4 a = 1 \rightarrow -a = 4^1 \rightarrow \boxed{a = -4}$$

$$\rightarrow f(x) = \log_4(x+4) \rightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \rightarrow x > -4 \rightarrow D_f = (-4, +\infty) \\ 4 > 0 \quad \checkmark \\ 4 \neq 1 \quad \checkmark \end{cases}$$

۴۶

$$(4, 3) \in f^{-1} \rightarrow (3, 4) \in f \rightarrow f(3) = 4$$

$$\rightarrow \log_4 3a + 1 = 4 \rightarrow 3a + 1 = 4^3 \rightarrow 3a + 1 = 16 \rightarrow 3a = 16 - 1 \rightarrow \boxed{a = 5}$$

۴۷

$$\text{الف) } y = \log_x(2x+6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2x+6 > 0 \rightarrow 2x > -6 \rightarrow x > -3 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (0, +\infty) - \{1\}$$

$$\text{ب) } f(x) = \log_{(x-1)}(12-2x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 12-2x > 0 \rightarrow 12 > 2x \rightarrow 6 > x \\ x-1 > 0 \rightarrow x > 1 \\ x-1 \neq 1 \rightarrow x \neq 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (1, 6) - \{2\}$$

$$\text{پ) } f(x) = \log_{(x-2)}(25-x^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 25-x^2 > 0 \rightarrow -5 < x < 5 \\ x-2 > 0 \rightarrow x > 2 \\ x-2 \neq 1 \rightarrow x \neq 3 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (2, 5) - \{3\}$$

$$\text{ت) } f(x) = \log_{(x-5)}(x^2-16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2-16 > 0 \rightarrow x < -4 \text{ یا } 4 < x \\ x-5 > 0 \rightarrow 5 < x \\ x-5 \neq 1 \rightarrow x \neq 6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (5, +\infty) - \{6\}$$

۴۸

$$f(125) = -3 \rightarrow \log_a 125 = -3 \rightarrow 125 = a^{-3} \rightarrow 5^3 = a^{-3} \rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = a^{-3} \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{5}}$$

$$\rightarrow f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{5}}{25}\right) = \log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{\sqrt{5}}{25}\right) = \log_{\frac{1}{5}} \frac{5^{\frac{1}{2}}}{5^2} = \log_{\frac{1}{5}} 5^{-\frac{3}{2}} = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \rightarrow f\left(\frac{\sqrt{5}}{25}\right) = \frac{3}{2}$$

۴۹

$$\text{محل تلاقی با محور } x \rightarrow y = 0 \rightarrow 2 - \log_3(x+4) = 0 \rightarrow \log_3(x+4) = 2 \rightarrow x+4 = 3^2 \rightarrow x+4 = 9 \rightarrow \boxed{x = 5}$$

۵۰

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_y x = 2 \rightarrow x = y^2 \\ 7y - x = 12 \end{array} \right. \rightarrow 7y - y^2 = 12 \rightarrow y^2 - 7y + 12 = 0$$

$$(y-3)(y-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} y-3 = 0 \rightarrow \boxed{y = 3}, \boxed{x = 9} \\ y-4 = 0 \rightarrow \boxed{y = 4}, \boxed{x = 16} \end{cases}$$

۵۱

$$\log_{1.25} y = \frac{1}{r} \rightarrow y = 1.25^{\frac{1}{r}} \rightarrow y = (\Delta^r)^{\frac{1}{r}} \rightarrow \boxed{y = \Delta}$$

$$\log_{\lambda} x = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{p}} \rightarrow x = \lambda^{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{p}}} \rightarrow x = (\mathfrak{p}^{\mathfrak{r}})^{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{p}}} \rightarrow x = \mathfrak{p}^{\mathfrak{r}} \rightarrow \boxed{x = 1\mathfrak{p}} \rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{1\mathfrak{p}} \rightarrow \boxed{\sqrt{x} = \mathfrak{r}}$$

$$f(\mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{e}}) = \log_{\mathfrak{r}}((\mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{e}})^{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r}) = \log_{\mathfrak{r}}(\mathfrak{r}\mathfrak{e} + \mathfrak{r}) = \log_{\mathfrak{r}}\mathfrak{r}\mathfrak{e} = \mathfrak{r} \rightarrow \boxed{f(\mathfrak{r}\sqrt{\mathfrak{e}}) = \mathfrak{r}}$$

$$\mathfrak{r}^a = \mathfrak{r} \sqrt{\mathfrak{r}} \rightarrow (\mathfrak{r}^{\mathfrak{r}})^a = \mathfrak{r}^{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}}} \rightarrow \mathfrak{r}^{\mathfrak{r}^a} = \mathfrak{r}^{\frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}}} \rightarrow \mathfrak{r}a = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}} \rightarrow \boxed{a = \frac{\mathfrak{r}}{\mathfrak{r}}}$$

$$\rightarrow \log_{\mathfrak{f}}(\mathfrak{f}a + 1) = \log_{\mathfrak{f}}(\mathfrak{f} \times \frac{\mathfrak{f}}{\mathfrak{f}} + 1) = \log_{\mathfrak{f}}(\mathfrak{f} + 1) = \log_{\mathfrak{f}}\mathfrak{f} = 1 \rightarrow \boxed{\log_{\mathfrak{f}}\mathfrak{f}a + 1 = 1}$$

$$\log_x 125 = \frac{3}{2} \rightarrow 125 = x^{\frac{3}{2}} \rightarrow 5^3 = (x^{\frac{1}{2}})^3 \rightarrow 5 = x^{\frac{1}{2}} \rightarrow 5 = \sqrt{x} \rightarrow \boxed{x = 25}$$

$$\log_{1/r} x = \frac{1}{\lambda} \rightarrow x = 1/r^{\frac{1}{\lambda}} \rightarrow x = (r^r)^{\frac{1}{\lambda}} \rightarrow x = r^{\frac{1}{r}} \rightarrow \boxed{x = \sqrt[r]{r}}$$

الف) $\log_2 64 = 2x - 4 \rightarrow 64 = 2^{2x-4} \rightarrow 2^6 = 2^{2x-4}$

$$\rightarrow \mathfrak{f} = \mathfrak{V}x - \mathfrak{F} \rightarrow \mathfrak{f} + \mathfrak{F} = \mathfrak{V}x \rightarrow \mathfrak{l} \circ = \mathfrak{V}x \rightarrow \boxed{x = \mathfrak{d}}$$

$$\text{ب) } \log_{16} x = \frac{5}{4} \rightarrow x = 16^{\frac{5}{4}} \rightarrow x = (2^4)^{\frac{5}{4}} \rightarrow x = 2^5 \rightarrow \boxed{x = 32}$$

$$\P \log_{\P}(\P x + \P) = \P \rightarrow \P x + \P = \P^{\P} \rightarrow \P x + \P = \P\P \rightarrow \P x = \P\P \rightarrow \boxed{x = \P}$$

$$\mathfrak{C}) \log_x(x^{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r}x - \mathfrak{A}) = \mathfrak{r} \rightarrow x^{\mathfrak{r}} + \mathfrak{r}x - \mathfrak{A} = x^{\mathfrak{r}} \rightarrow \mathfrak{r}x = \mathfrak{A} = \circ \rightarrow \boxed{x = \mathfrak{r}}$$

الف) $\log_3 20 \rightarrow \log_3 9 < \log_3 20 < \log_3 27 \rightarrow 2 < \log_3 20 < 3$

$$\text{ب) } \log_{\frac{1}{4}} 40 \rightarrow \log_{\frac{1}{4}} 64 < \log_{\frac{1}{4}} 40 < \log_{\frac{1}{4}} 16 \rightarrow -3 < \log_{\frac{1}{4}} 40 < -2$$

$$\text{پ) } \log_{\frac{1}{2}} 100 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 128 < \log_{\frac{1}{2}} 100 < \log_{\frac{1}{2}} 64 \rightarrow -7 < \log_{\frac{1}{2}} 100 < -6$$

$$\text{ت) } \log_{\sqrt{3}} 8 \rightarrow \log_{\sqrt{3}} 3 \sqrt{3} < \log_{\sqrt{3}} 8 < \log_{\sqrt{3}} 9 \rightarrow 3 < \log_{\sqrt{3}} 8 < 4$$

$$\text{ث) } \log_{\frac{1}{3}} 60 \rightarrow \log_{\frac{1}{3}} 81 < \log_{\frac{1}{3}} 60 < \log_{\frac{1}{3}} 27 \rightarrow -4 < \log_{\frac{1}{3}} 60 < -3$$

$$\text{الف) } \log_{\frac{1}{3}} 27 = -3 \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27$$

$$\text{ب) } \log_{128} 2 = \frac{1}{y} \rightarrow (128)^{\frac{1}{y}} = 2$$

$$\text{p)} \log_{100} 1000 = \frac{3}{2} \rightarrow (100)^{\frac{3}{2}} = 1000$$

$$\tau) \log_{r_Y} \lambda_1 = \frac{r}{r} \rightarrow (r_Y)^{\frac{r}{r}} = \lambda_1$$

ث) $\log_9 729 = 6 \rightarrow 9^6 = 729$

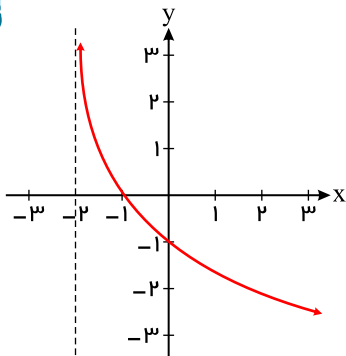
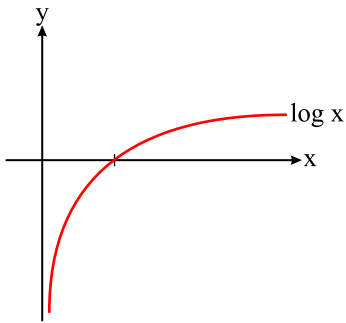
ج) $\log_9 3 = \frac{1}{2} \rightarrow (9)^{\frac{1}{2}} = 3$

الف) $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9} \rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9} = 2$ ب) $8^{-3} = \frac{1}{512} \rightarrow \log_8 \frac{1}{512} = -3$

پ) $(\frac{1}{2})^{-5} = 32 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$ ت) $(64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \rightarrow \log_{64} \frac{1}{8} = -\frac{1}{2}$

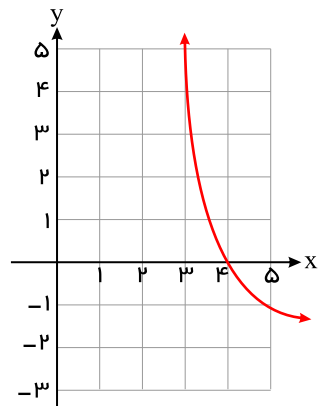
ث) $3^5 = 243 \rightarrow \log_3 243 = 5$ ج) $(81)^{\frac{1}{4}} = 3 \rightarrow \log_{81} 3 = \frac{1}{4}$

$3 = \log_a 8 \Rightarrow a^3 = 8 \Rightarrow a = 2$



$D_f = (-2, +\infty)$

$D_f = \mathbb{R} - \{0\}$ $D_g = (0, +\infty)$



۶۳ خیر. زیرا دامنه‌ها برابر نیستند.

۶۴ انتقال ۳ واحد به راست تابع $y = \log_3 x$ و سپس قرینه نسبت به محور x ها

$\log x = \log 10 + \log (\sqrt{3})^2 - \log 60 = \log 10 + \log 3 - \log 60 = \log \frac{3 \times 10}{60}$

$$\rightarrow \log x = \log \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$\rightarrow \log_2 x = \log_2 \frac{1}{2} = \log_2 2^{-1} = -\log_2 2 \rightarrow \boxed{\log_2 x = -1}$$

$$۱) y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$۲) y = \log_2 x$$

$$۳) y = \log_{\frac{1}{5}} x$$

$$۴) y = \log_5 x$$

$$۵) y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$۶) y = \log_3 x$$

$$f(2) = 3 - 2 \log_2 \left(\frac{4}{2} - 5 \right) = 3 - 2 \log_2 (2 - 5) = 3 - 2 \log_2 16 \\ = 3 - 2 \log_2 2^4 = 3 - 2 \times 4 \log_2 2 = 3 - 8 = -5$$

$$\text{الف) } \log_5 \sqrt[5]{49} = \log_5 7^{\frac{2}{5}} = \frac{2}{5} \log_5 7 = \frac{2}{5}$$

$$\text{ب) } \log_3 27^{\frac{1}{2}} = \log_3 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log_3 3 = \frac{3}{2}$$

$$\text{پ) } -\log_5 125 = -\log_5 5^3 = -3 \log_5 5 = -3$$

$$\text{ت) } 3 \log_{10} \sqrt[3]{1000} = 3 \log_{10} 10^{\frac{3}{3}} = 3 \times \frac{3}{3} \log_{10} 10 = 9$$

$$\log_y \sqrt{2} = \frac{1}{4} \rightarrow \log_{\sqrt{2}} y = 4 \rightarrow y = (\sqrt{2})^4 \rightarrow \boxed{y = 4}$$

$$\log_x \sqrt[3]{16} = \frac{4}{3} \rightarrow \log_{\sqrt[3]{16}} x = \frac{3}{4} \rightarrow x = (\sqrt[3]{16})^{\frac{3}{4}} \rightarrow x = 16^{\frac{1}{4}} \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\rightarrow \log_{x^3} y^4 = \log_{x^3} 4^4 = \log_{x^3} 2^8 = \frac{8}{3} \log_{x^3} 2 = \frac{8}{3} \rightarrow \boxed{\log_{x^3} y^4 = \frac{8}{3}}$$

$$\log_3 18 = \log_3 (3^2 \times 2) = \log_3 3^2 + \log_3 2 = 2 \log_3 3 + \log_3 2 = 2 + \log_3 2$$

$$\rightarrow 2 + \log_3 2 = a \rightarrow \boxed{\log_3 2 = a - 2}$$

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-1000}{1} \rightarrow \boxed{\alpha + \beta = 1000}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{10}{1} \rightarrow \boxed{\alpha\beta = 10}$$

$$\log(\alpha + \beta) - \log \alpha - \log \beta = \log(\alpha + \beta) - (\log \alpha + \log \beta) = \log(\alpha + \beta) - \log(\alpha\beta) \\ = \log\left(\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}\right) = \log\left(\frac{1000}{10}\right) = \log 100 = 2$$

$$\text{الف) } \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{n}{n+1} = \log \left(\frac{1}{\cancel{2}} \times \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \dots \times \frac{\cancel{n}}{n+1} \right)$$

$$= \log\left(\frac{1}{n+1}\right) = \log(n+1)^{-1} = -\log(n+1)$$

$$\text{ب) } 5^{(2 \log_5 2 + 3 \log_5 3)} = 5^{(\log_5 2^2 + \log_5 3^3)} = 5^{(\log_5 4 + \log_5 27)} = 5^{\log_5 108} = 108$$

۷۴

$$a + b + c = 2(\log 2 + \log 3 + \log 4) \rightarrow a + b + c = 2 \log(2 \times 3 \times 4)$$

$$\rightarrow a + b + c = 2 \log 24 \rightarrow \boxed{\log 24 = \frac{a+b+c}{2}}$$

۷۵

$$\log_a x = b \rightarrow \boxed{x = a^b}, \quad \log_y x = \frac{b}{3} \rightarrow x = y^{\frac{b}{3}}$$

$$\rightarrow x^{\frac{3}{b}} = (y^{\frac{b}{3}})^{\frac{3}{b}} \rightarrow x = y^{\frac{3}{b}} \rightarrow y = (a^b)^{\frac{3}{b}} \rightarrow \boxed{y = a^3}$$

۷۶

$$\log_r \sqrt[\Delta]{e^r} = A \rightarrow \sqrt[\Delta]{e^r} = r^A \rightarrow e^{\frac{r}{\Delta}} = r^A \rightarrow (e^{\frac{r}{\Delta}})^{\frac{\Delta}{r}} = (r^A)^{\frac{\Delta}{r}}$$

$$\rightarrow \boxed{e = r^{\frac{\Delta A}{r}}} \rightarrow \sqrt{e} = (r^{\frac{\Delta A}{r}})^{\frac{1}{r}} \rightarrow \sqrt{e} = r^{\frac{\Delta A}{r^2}}$$

$$\rightarrow \log_{\sqrt{e}} 32 = \log_{r^{\frac{\Delta A}{r^2}}} r^{\Delta} = \frac{\frac{\Delta}{1}}{\frac{\Delta A}{r^2}} \log_r r = \frac{r}{A} \log_r r = \frac{r}{A} \rightarrow \boxed{\log_{\sqrt{e}} 32 = \frac{r}{A}}$$

۷۷

$$\log_{\lambda} 2\sqrt[3]{0.25} = \log_{\lambda} 2 \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}} = \log_{\lambda} 2 (2^{-2})^{\frac{1}{3}} = \log_{\lambda} 2 (2^{-\frac{2}{3}}) = \log_{\lambda} 2^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}}{\frac{r}{r^2}} \log_r 2 = \frac{1}{9} \rightarrow \boxed{A = \frac{1}{9}}$$

$$\rightarrow \log_r \left(\frac{1}{A} - 1\right) = \log_r \left(\frac{1}{\frac{1}{9}} - 1\right) = \log_r (9 - 1) = \log_r 8 = \log_{\lambda} 2^3$$

$$= \frac{3}{r} \log_r 2 = \frac{3}{r} \rightarrow \boxed{\log_r \left(\frac{1}{A} - 1\right) = \frac{3}{r}}$$

۷۸

$$\log_a \lambda = -\frac{3}{r} \rightarrow a^{-\frac{3}{r}} = \lambda \rightarrow a^{-\frac{3}{r}} = r^3 \rightarrow (a^{-\frac{3}{r}})^{-\frac{r}{3}} = (r^3)^{-\frac{r}{3}} \rightarrow a = r^{-r} \rightarrow \boxed{a = \frac{1}{16}}$$

$$\rightarrow \log_r \frac{r}{a} = \log_r \left(\frac{r}{\frac{1}{16}}\right) = \log_r 16 = \log_r 2^4 = 4 \log_r 2 = 4 \rightarrow \boxed{\log_r \frac{r}{a} = 4}$$

۷۹

$$\log_{\sqrt{r}} a = \frac{r}{3} \rightarrow a = (\sqrt{r})^{\frac{r}{3}} \rightarrow a^3 = ((\sqrt{r})^{\frac{r}{3}})^3 \rightarrow a^3 = \sqrt{r}^r$$

$$\rightarrow \boxed{a^3 = 9} \rightarrow \log_{\lambda} (a^3 + 7) = \log_{\lambda} (9 + 7) = \log_{\lambda} 16$$

$$= \log_{\lambda} r^4 = \frac{4}{3} \log_r r = \frac{4}{3} \rightarrow \boxed{\log_{\lambda} (a^3 + 7) = \frac{4}{3}}$$

۸۰

$$\log 3 + \log \sqrt[k]{3} = \log (\lambda 1)^k \rightarrow \log 3 + \log 3^{\frac{1}{k}} = \log (3^k)$$

$$\rightarrow \log 3^{\frac{\Delta}{k}} = \log 3^{rk} \rightarrow \frac{\Delta}{k} = rk \rightarrow \boxed{\frac{\Delta}{k} = 16}$$

$$\log_r \frac{5}{k} = \log_r 16 = \log_r 2^4 = 4 \log_r 2 = 4 \rightarrow \log_r \frac{5}{k} = 4$$

۸۱

$$\log_r r^x = \log_r r^{rx} = rx \log_r r = rx \rightarrow rx = x^r \rightarrow x^r - rx = 0$$

$$\rightarrow x(x^r - r) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x^r - r = 0 \rightarrow x^r = r \end{cases} \begin{cases} x = \sqrt[r]{r} \\ x = -\sqrt[r]{r} \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{r}} x = \log_{\frac{1}{r}} \sqrt[r]{r} = \log_{r^{-1}} r^{\frac{1}{r}} = \frac{\frac{1}{r}}{-1} \log_r r = -\frac{1}{r} \rightarrow \log_{\frac{1}{r}} x = -\frac{1}{r}$$

۸۲

$$\log_3 3\sqrt{3} = \log_{3^{\frac{1}{2}}} 3^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} \log_3 3 = \frac{3}{1} \rightarrow x = \frac{3}{1}$$

$$\rightarrow \log_r (1-x) = \log_r (1 - \frac{r}{r}) = \log_r \frac{1}{r} = \log_r r^{-1} = -1 \log_r r \rightarrow \log_r (1-x) = -1$$

۸۳

$$\log_{\sqrt{b}} ab^r = \log_{b^{\frac{1}{2}}} ab^r = \frac{1}{\frac{1}{2}} \log_b ab^r = 2 \log_b ab^r = 2(\log_b a + \log_b b^r)$$

$$= 2(\log_b a + r \log_b b) = 2(\frac{r}{2} + r) = r + 2r = 3r$$

۸۴

$$\log \frac{y\sqrt{x}}{z^3} = \log y + \log \sqrt{x} - \log z^3 = \log y + \frac{1}{2} \log x - 3 \log z$$

$$= \log 10^{\frac{1}{2} \times 3} + \frac{1}{2} (2, 72) - 3(0, 52) = 1, 03 \log 10 + 1, 36 - 1, 56 = 1, 03 + 1, 36 - 1, 56 = 0, 83$$

۸۵

$$\text{الف) } \log 35 + 2 \log 2\sqrt{7} - \log 200 - 2 \log 7 = \log 35 + \log (2\sqrt{7})^2 - \log 200 - \log 7^2$$

$$= \log 35 + \log 28 - \log 200 - \log 49 = \log \frac{35 \times 28}{200 \times 49} = \log \frac{1}{10} = \log 10^{-1} = -1 \log 10 = -1$$

$$\text{ب) } \log_5 200 - \log_5 40 = \log_5 (\frac{200}{40}) = \log_5 5 = 1$$

$$\text{پ) } \log_6 12\sqrt{3} + \log_6 3\sqrt{12} = \log_6 (12\sqrt{3} \times 3\sqrt{12}) = \log_6 (36 \times \sqrt{36})$$

$$= \log_6 (36 \times 6) = \log_6 6^3 = 3 \log_6 6 = 3$$

$$\text{ت) } \sqrt[3]{(2 \log_3 3 + 2 \log_3 2)} = \sqrt[3]{(\log_3 3^2 + \log_3 2^2)} = \sqrt[3]{(\log_3 9 + \log_3 4)} = \sqrt[3]{(\log_3 36)} = \sqrt[3]{2 \log_3 18} = \sqrt[3]{2 \log 18} = 18$$

$$\text{ث) } \sqrt[3]{10^{(\log 32 + \log 8)}} = (10^{\frac{1}{3}})^{(\log 256)} = 10^{(\frac{1}{3} \log 256)} = 10^{\log 256^{\frac{1}{3}}} = 10^{\log \sqrt[3]{256}} = 10^{\log 16} = 16$$

$$\text{ج) } 8^{(\log_2 \sqrt[3]{20} - \log_2 3)} = (2^3)^{(\log_2 \frac{\sqrt[3]{20}}{3})} = 2^{3 \log_2 \frac{\sqrt[3]{20}}{3}} = 2^{\log_2 (\frac{\sqrt[3]{20}}{3})^3} = 2^{\log_2 \frac{20}{27}} = \frac{20}{27}$$

$$\text{ح) } \log 20 + 6 \log \sqrt[6]{5} - \log_6 \sqrt[3]{32} = \log 20 + \log (\sqrt[6]{5})^6 - \log_6 2^{\frac{5}{3}}$$

$$= \log 20 + \log 5 - \left(\frac{5}{\frac{3}{2}}\right) \log_2 2 = \log 100 - \frac{5}{\frac{3}{2}} \log_2 2 = 2 - \frac{5}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}$$

۸۶

$$\begin{aligned} \log 2 &= \log \frac{10}{5} = \log 10 - \log 5 = 1 - 3x \rightarrow \log \sqrt[3]{128} = \log \sqrt[3]{2^7} = \log 2^{\frac{7}{3}} \\ &= \frac{7}{3} \log 2 = \frac{7}{3}(1 - 3x) = \frac{7}{3} - 7x \end{aligned}$$

$$A = 3^a \rightarrow A^r = (3^a)^r = 3^{ra}$$

$$\log_r 9A^r = \log_r (3^r \times 3^{ra}) = \log_r 3^{r+ra} = (r+ra) \log_r 3 = r + ra$$

$$\begin{aligned} \log(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \log(1 + \sqrt{5}) &= \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(1 + \sqrt{5})^2 \\ &= \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(1 + 2\sqrt{5} + 5) = \log(6 - 2\sqrt{5}) + \log(6 + 2\sqrt{5}) \\ &= \log((6 - 2\sqrt{5})(6 + 2\sqrt{5})) = \log(36 - 20) = \log 16 = \log 2^4 = 4 \log 2 = 4k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log_{1/2} 5 &= \log \frac{125}{100} = \log 125 - \log 100 = \log 5^3 - \log 10^2 \\ &= 3 \log 5 - 2 \log 10 = 3(1 - a) - 2(1) = 1 - 3a \end{aligned}$$

$$\log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 \rightarrow \log 5 = 1 - a$$

$$\log_{\sqrt{r}} 125 = \frac{\log 125}{\log \sqrt{r}} = \frac{\log 5^3}{\log(r^r \times 3^r)} = \frac{3 \log 5}{\log 2^r + \log 3^r} = \frac{3 \log 5}{3 \log 2 + 2 \log 3} = \frac{3(1-a)}{3a+2b} = \frac{3-3a}{3a+2b}$$

$$\text{الف) } \log_5 150 - \log_5 6 = \log_5 \frac{150}{6} = \log_5 25 = \log_5 5^2 = 2 \log_5 5 = 2$$

$$\text{ب) } \log_{\sqrt{r}} \sqrt[4]{343} = \log_{\sqrt{r}} \sqrt[4]{7^3} = \log_{\sqrt{r}} 7^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \log_{\sqrt{r}} 7 = \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{پ) } \log_5 625 + \log_r \frac{1}{64} + \log_{10} 1 &= \log_5 5^4 + \log_r 2^{-6} + \log_{10} 10^{-3} \\ &= 4 \log_5 5 - 6 \log_r 2 - 3 \log_{10} 10 = 4 - 6 - 3 = -5 \end{aligned}$$

$$\text{ت) } 5^{(\log_5 3 - 2)} = 5^{\log_5 3} \div 5^2 = \frac{5^{\log_5 3}}{5^2} = \frac{5^{\frac{1}{2} \log_5 3}}{5^2} = \frac{5^{\log_5 3^{\frac{1}{2}}}}{5^2} = \frac{5^{\log_5 \sqrt{3}}}{5^2} = \frac{\sqrt{3}}{25}$$

$$\begin{aligned} \text{ث) } 6 \log_4 \sqrt[3]{81} - 3 \log_r \frac{1}{8} + 4 \log_5 \frac{1}{125} &= 6 \log_{2^2} 3^{\frac{4}{3}} - 3 \log_r 2^{-3} + 4 \log_5 5^{-3} \\ &= 6 \left(\frac{\frac{4}{3}}{2}\right) \log_2 3 - 3(-3 \log_r 2) + 4(-3 \log_5 5) = 6 \left(\frac{2}{3}\right) - 3(-3) + 4(-3) = 4 + 9 - 12 = 1 \end{aligned}$$

$$\text{ج) } \log_{\sqrt{r}} 243 = \log_{r^{\frac{1}{2}}} 3^5 = \frac{5}{\frac{1}{2}} \log_r 3 = \frac{5}{r}$$

$$\text{ح) } \log_{\frac{1}{3}} 27 - 3 \log_{\sqrt{r}} \frac{1}{49} + 2 \log_{10} 1000 = \log_{3^{-1}} 3^3 - 3 \log_r 7^{-2} + 2 \log_{10} 10^3 = 3 + 6 - 2 = 7$$

$$= \left(\frac{3}{-1}\right) \log_3 3 - 3(-2 \log_3 9) + 2(-4 \log_3 10) = -3 + 6 - 8 = -5$$

$$ج) \log_5 (\sqrt{125})^3 = \log_5 (\sqrt{5^3})^3 = \log_5 (5^{\frac{3}{2}})^3 = \log_5 5^{\frac{9}{2}} = \frac{9}{2} \log_5 5 = \frac{9}{2}$$

۹۲

الف

$$\log_c a = x \rightarrow a = c^x, \log_c b = y \rightarrow b = c^y, \log_c d = z \rightarrow d = c^z$$

$$\rightarrow abd = c^x c^y c^z \rightarrow abd = c^{x+y+z} \rightarrow \log_c abd = x + y + z$$

$$\rightarrow \log_c abd = \log_c a + \log_c b + \log_c d$$

$$\log_c a = x \rightarrow a = c^x, \log_c b = y \rightarrow b = c^y$$

$$\log_b a = \log_{c^y} c^x = \frac{x}{y} \log_c c = \frac{x}{y} \rightarrow \log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$$\log_a b = x \rightarrow b = a^x \rightarrow b = a^{\log_a b}$$

$$\log_b a = x \rightarrow a = b^x \rightarrow \log_a b = \log_{b^x} b = \frac{1}{x} \log_b b = \frac{1}{x}$$

$$\rightarrow \log_b a \times \log_a b = x \cdot \frac{1}{x} = 1$$

۹۳

الف

$$\log 12 = \log(2^2 \times 3) = \log 2^2 + \log 3 = 2 \log 2 + \log 3 = 2(0.3) + 0.48 = 1.08$$

$$\log 0.75 = \log \frac{75}{100} = \log \frac{3}{4} = \log 3 - \log 4 = \log 3 - \log 2^2$$

$$= \log 3 - 2 \log 2 = 0.48 - 2(0.3) = -0.12$$

$$\log \sqrt{5} = \log 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log 5 = \frac{1}{2} \log \left(\frac{10}{2}\right) = \frac{1}{2} (\log 10 - \log 2) = \frac{1}{2} (1 - 0.3) = 0.35$$

$$\log \frac{25}{18} = \log \frac{5^2}{3^2 \times 2} = \log 5^2 - \log 3^2 - \log 2 = 2 \log 5 - 2 \log 3 - \log 2$$

$$= 2(0.7) - 2(0.48) - 0.3 = 0.14$$

$$\log \sqrt[3]{6} = \log 6^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log 6 = \frac{1}{3} \log(2 \times 3) = \frac{1}{3} (\log 2 + \log 3)$$

$$= \frac{1}{3} (0.3 + 0.48) = 0.26$$

$$\log \frac{\sqrt{27}}{\sqrt[3]{5}} = \log \frac{3^{\frac{3}{2}}}{5^{\frac{1}{3}}} = \log 3^{\frac{3}{2}} - \log 5^{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \log 3 - \frac{1}{3} \log 5$$

$$= \frac{3}{2}(\circ, 48) - \frac{1}{4}(\circ, 7) = \circ, 545$$

$$\log_x(x^r + 4) = \log_x x + \log_x 5 \rightarrow \log_x(x^r + 4) = \log_x 5x \rightarrow x^r + 4 = 5x$$

$$\rightarrow x^r - 5x + 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \begin{cases} x-1=0 \rightarrow x=1 \text{ غ} \\ x-4=0 \rightarrow \boxed{x=4} \end{cases}$$

$$\rightarrow \log_3 x = \log_3 4 = \log_3 2^2 = 2 \log_3 2 = 2 \rightarrow \boxed{\log_3 x = 2}$$

$$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 2 \\ x^r + y^r = 46 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log_3 xy = 2 \\ x^r + y^r = 46 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy = 3^2 \\ x^r + y^r = 46 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy = 9 \\ x^r + y^r = 46 \end{cases}$$

$$\rightarrow (x+y)^r = x^r + y^r + 2xy \rightarrow (x+y)^r = 46 + 2(9) \rightarrow (x+y)^r = 64$$

$$\begin{cases} \boxed{x+y=8} \\ x+y=-8 \text{ غ} \end{cases} \rightarrow \log_3(x+y) = \log_3 8 = \log_3 2^3 = \frac{3}{2} \log_3 2 = \frac{3}{2} \rightarrow \boxed{\log_3(x+y) = \frac{3}{2}}$$

$$\text{الف) } \log_3(x^r - 24) = \log_3 5x \rightarrow x^r - 24 = 5x \rightarrow x^r - 5x - 24 = 0$$

$$\rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \begin{cases} x-8=0 \rightarrow \boxed{x=8} \\ x+3=0 \rightarrow x=-3 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\text{ب) } \log_3(x^r - 1) = 1 + \log_3(x+9) \rightarrow \log_3(x^r - 1) = \log_3 3 + \log_3(x+9)$$

$$\rightarrow \log_3(x^r - 1) = \log_3(3x + 27) \rightarrow x^r - 1 = 3x + 27 \rightarrow x^r - 3x - 28 = 0$$

$$\rightarrow (x-7)(x+4) = 0 \begin{cases} x-7=0 \rightarrow \boxed{x=7} \\ x+4=0 \rightarrow \boxed{x=-4} \end{cases}$$

$$\text{پ) } \log_x(x^r - 2x) = 2 \rightarrow x^r - 2x = x^2 \rightarrow x^r - x^2 - 2x = 0$$

$$\rightarrow x(x^r - x - 2) = 0 \rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x=0 \text{ غ} \\ x-2=0 \rightarrow \boxed{x=2} \\ x+1=0 \rightarrow x=-1 \text{ غ} \end{cases}$$

$$\text{ت) } \begin{cases} \log x = \log 2 + \log y \\ 2^x \times 8^y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log x = \log 2y \\ 2^x \times (2^3)^y = 2^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x + 3y = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} 2y + 3y = 2 \rightarrow 5y = 2 \rightarrow \boxed{y = \frac{2}{5}}, \quad \boxed{x = \frac{4}{5}}$$

$$\text{ث) } \begin{cases} \log y = 2 \log 3 + \log x \\ 2^{x-7} \times 4^{x+y} = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log y = \log 3^2 + \log x \\ 2^{x-7} \times (2^2)^{x+y} = 2^0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log y = \log(9x) \\ 2^{x-7} \times 2^{2x+2y} = 2^0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y = 9x \\ 3x + 2y = 7 \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} 3x + 2(9x) = 7 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}, \quad \boxed{y = 3}$$

$$\text{۹۷) } \log_3 x(x-2) = 3 \Rightarrow x(x-2) = 3^3 = 27 \Rightarrow x^r - 2x - 27 = 0$$

$$x = -2 \text{ (غ ق ق) یا } x = 9$$

۹۴

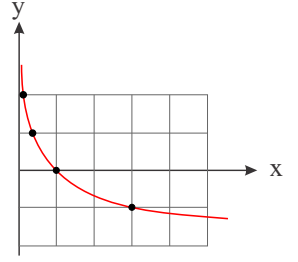
۹۵

۹۶

۹۸

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

x	-2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9
y	2	1	0	-1	-2	



۹۹

$$\log(x^2 - x + 1) + \log(x + 1) = 1 \rightarrow \log((x^2 - x + 1)(x + 1)) = \log 10$$

$$\rightarrow \log(x^2 + 1) = \log 10 \rightarrow x^2 + 1 = 10 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \boxed{x = \sqrt[3]{9}}$$

$$\rightarrow \log_3 x = \log_3 \sqrt[3]{9} = \log_3 (3^2)^{\frac{1}{3}} = \log_3 3^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_3 3 = \frac{2}{3} \rightarrow \boxed{\log_3 x = \frac{2}{3}}$$

۱۰۰

$$\log_3(2x^2 + 1) - \log_3(x + 2) = 1 \rightarrow \log_3 \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = \log_3 3 \rightarrow \frac{2x^2 + 1}{x + 2} = 3$$

$$\rightarrow 2x^2 + 1 = 3x + 6 \rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0 \rightarrow (x + 1)(2x - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 1 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1} \\ 2x - 5 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}} \end{cases}$$

$$x = -1 \rightarrow \log_3(2x - 1) = \log_3(2(-1) - 1) = \log_3(-3) \quad \text{غ}$$

$$x = \frac{5}{2} \rightarrow \log_3(2x - 1) = \log_3(2(\frac{5}{2}) - 1) = \log_3 4 = \log_3 2^2 = 2 \log_3 2 \rightarrow \boxed{\log_3(2x - 1) = \frac{2}{3}}$$

۱۰۱

$$\log \frac{2}{x} + \log(x + 1) = 1 \rightarrow \log(\frac{2}{x}(x + 1)) = \log 10 \rightarrow \frac{2x + 2}{x} = 10$$

$$\rightarrow 2x + 2 = 10x \rightarrow 2 = 10x - 2x \rightarrow 2 = 8x \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{4}}$$

$$\rightarrow \log_3 x = \log_3 \frac{1}{4} = \log_3 2^{-2} = -2 \log_3 2 = -\frac{2}{3} \rightarrow \boxed{\log_3 x = -\frac{2}{3}}$$

۱۰۲

$$\log_3(5x + 1) + \log_3 x = 2 \rightarrow \log_3(x(5x + 1)) = \log_3 9 \rightarrow 5x^2 + x = 9$$

$$\rightarrow 5x^2 + x - 9 = 0 \rightarrow (5x - 4)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} 5x - 4 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{4}{5}} \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \quad \text{غ} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{4}{x} = \frac{4}{\frac{4}{5}} = \frac{20}{4} = 5 \rightarrow \boxed{\frac{4}{x} = 5}$$

$$\log_9 x = \frac{3}{2} \rightarrow x = 9^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = (3^2)^{\frac{3}{2}} \rightarrow x = 3^3 \rightarrow \boxed{x = 27}$$

$$\rightarrow \log_3 \frac{1}{27} = \log_3 3^{-3} = -3 \log_3 3 = -3$$

$$\text{الف) } \log_3 x + \log_3(x - 2) = 3 \rightarrow \log_3(x(x - 2)) = 3 \log_3 3$$

۱۰۳

۱۰۴

$$\rightarrow \log_7(x^7 - 2x) = \log_7 2^7 \rightarrow x^7 - 2x = 128 \rightarrow x^7 - 2x - 128 = 0$$

$$\rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \rightarrow x = 4 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases} \text{ غ}$$

$$\text{ب) } 2 \log \sqrt{2x + 3} + \log(2x - 3) - \frac{1}{2} \log 49 = 0 \rightarrow \log(\sqrt{2x + 3})^2 + \log(2x - 3) - \log 49^{\frac{1}{2}} = 0$$

$$\rightarrow \log(2x + 3) + \log(2x - 3) = \log 7 \rightarrow \log((2x + 3)(2x - 3)) = \log 7$$

$$\rightarrow \log(4x^2 - 9) = \log 7 \rightarrow 4x^2 - 9 = 7 \rightarrow 4x^2 - 16 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \text{ غ}$$

$$\text{پ) } \begin{cases} 1 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 4\sqrt{2} = 2^x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \log 1 + \log \sqrt{x + 1} = \log y \\ 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log(1 \cdot \sqrt{x + 1}) = \log y \rightarrow 1 \cdot \sqrt{\frac{5}{4} + 1} = y \rightarrow 1 \cdot \sqrt{\frac{9}{4}} = y \rightarrow y = 1 \cdot \frac{3}{2} \rightarrow y = 1.5 \\ 2^{\frac{5}{2}} = 2^{2x} \rightarrow \frac{5}{2} = 2x \rightarrow x = \frac{5}{4} \end{cases}$$

۱۰۵

$$\text{الف) } \log_x(x^7 + x) = \log_x 6 \rightarrow x^7 + x = 6 \rightarrow x^7 + x - 6 = 0$$

$$\rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 3 = 0 \rightarrow x = -3 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases} \text{ غ}$$

$$\text{ب) } \log_4 x^7 + 7x + 7 = 0 \rightarrow x^7 + 7x + 7 = 9 \rightarrow x^7 + 7x + 7 = 1$$

$$\rightarrow x^7 + 7x + 6 = 0 \rightarrow (x + 6)(x + 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x + 6 = 0 \rightarrow x = -6 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$\text{پ) } \log_x(x^7 + 3x - 6) = 3 \rightarrow x^7 + 3x - 6 = x^3 \rightarrow 3x - 6 = 0 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow x = 2$$

$$\text{ت) } \log_8(x + 1)^7 + 7 \log_8 x = 1 \rightarrow \log_8(x + 1)^7 + \log_8 x^7 = 1$$

$$\rightarrow \frac{7}{8} \log_8(x + 1) + \frac{7}{8} \log_8 x = \log_8 2 \rightarrow \log_8(x + 1)x = \log_8 2 \rightarrow x(x + 1) = 2$$

$$\rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow (x + 2)(x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \rightarrow x = 1 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases} \text{ غ}$$

$$\text{ث) } \log_{17}(x - 2) + \log_{17}(x + 2) = 1 \rightarrow \log_{17}((x - 2)(x + 2)) = \log_{17} 17$$

$$\rightarrow \log_{17}(x^2 - 4) = \log_{17} 17 \rightarrow x^2 - 4 = 17 \rightarrow x^2 = 21 \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{21} \\ x = -\sqrt{21} \end{cases} \text{ غ}$$

$$\text{ج) } \log 3x - \log 4 = \log(7 - x) \rightarrow \log f\left(\frac{3x}{4}\right) = \log(7 - x)$$

$$\rightarrow \frac{3x}{4} = 7 - x \rightarrow 3x = 4(7 - x) \rightarrow 3x = 28 - 4x \rightarrow 7x = 28 \rightarrow x = 4$$

$$\text{ح) } \log_9 \sqrt{3} + \log_5 \sqrt{5} = \frac{1}{2} \log_9 x \rightarrow \log_9 3^{\frac{1}{2}} + \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_9 x \rightarrow \frac{1}{2} \log_9 3 + \frac{1}{2} \log_5 5 = \frac{1}{2} \log_9 x$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \log_9 x \rightarrow 1 = \frac{1}{2} \log_9 x \rightarrow \log_9 x = 2 \rightarrow x = 9^2 \rightarrow x = 81$$

$$\text{الف) } \log_5(x + 6) = \log_5(2x - 8) \rightarrow x + 6 = 2x - 8 \rightarrow 6 + 8 = 2x - x \rightarrow x = 14$$

۱۰۶

ب) $\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1 \rightarrow \log_5((x+6)(x+2)) = \log_5 5$

$\rightarrow x^2 + 8x + 12 = 5 \rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \rightarrow (x+1)(x+7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x+1=0 \rightarrow x=-1 \\ x+7=0 \rightarrow x=-7 \end{cases}$ غ

پ) $\log_7(x+2) = \log_7 8 \rightarrow x+2=8 \rightarrow x=6$

ت) $\log(x+1) - \log(x-3) = 3 \rightarrow \log\left(\frac{x+1}{x-3}\right) = \log 10^3 \rightarrow \frac{x+1}{x-3} = 1000$

$\rightarrow x+1 = 1000x - 3000 \rightarrow 1 + 3000 = 1000x - x \rightarrow 3001 = 999x \rightarrow x = \frac{3001}{999}$

ث) $\log_2(2x+1) = 3 \rightarrow 2x+1 = 2^3 \rightarrow 2x+1=8 \rightarrow 2x=7 \rightarrow x = \frac{7}{2}$

ج) $\log(2x) - \log(x-3) = 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x-3} = \log 10$

$\rightarrow \frac{2x}{x-3} = 10 \rightarrow 2x = 10x - 30 \rightarrow 30 = 10x - 2x \rightarrow 30 = 8x \rightarrow x = \frac{30}{8} \rightarrow x = 3.75$

چ) $\log_{\sqrt{2}} x = \log_2 64 \rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = \log_2 2^6 \rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = 6 \log_2 2$

$\rightarrow \log_{\sqrt{2}} x = 6 \rightarrow x = (\sqrt{2})^6 \rightarrow x = (2^{\frac{1}{2}})^6 \rightarrow x = 2^3 \rightarrow x = 8$

ح) $\log_2(x-2) = \frac{1}{2} \rightarrow x-2 = 2^{\frac{1}{2}} \rightarrow x-2 = \sqrt{2} \rightarrow x = \sqrt{2} + 2$

$\log_3(p^2 - 2) = \log_3 p \rightarrow p^2 - 2 = p \rightarrow p^2 - p - 2 = 0$

$\rightarrow (p-2)(p+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} p-2=0 \rightarrow p=2 \\ p+1=0 \rightarrow p=-1 \end{cases}$ غ

$\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = 1$

$\rightarrow \log_5((x+1)(x-1)) = \log_5 5 \rightarrow \log_5(x^2 - 1) = \log_5 5$

$\rightarrow x^2 - 1 = 5 \rightarrow x^2 = 6 \rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \end{cases}$ غ

$3 \log_5 a - \log_5 5 = \log_5 25$

$\rightarrow \log_5 a^3 = \log_5 25 + \log_5 5 \rightarrow \log_5 a^3 = \log_5 (25 \times 5)$

$\rightarrow a^3 = 125 \rightarrow a^3 = 5^3 \rightarrow a = 5$

$\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 21) = -2 \rightarrow x^2 - 21 = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} \rightarrow x^2 - 21 = 10^2$

$\rightarrow x^2 - 21 = 100 \rightarrow x^2 = 121 \rightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -11 \end{cases}$

$\log_5 x = 3 \rightarrow x = 5^3 \rightarrow x = 125$

۱۰۷

الف

ب

پ

ت

۱۰۸

الف

ب.

$$\log_7(2x+1) = 3 \rightarrow 2x+1 = 7^3 \rightarrow 2x+1 = 343 \rightarrow 2x = 342 \rightarrow x = \frac{171}{1}$$

پ.

$$\begin{aligned} \log_7(x+1) + \log_7(x+4) &= 2 \rightarrow \log_7((x+1)(x+4)) = 2 \\ \rightarrow \log_7(x^2 + 5x + 4) &= 2 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 7^2 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 49 \\ \rightarrow x^2 + 5x - 45 &= 0 \rightarrow x(x+9) = 0 \rightarrow x = 0, \quad x = -9 \end{aligned}$$

ت.

$$\begin{aligned} \log_7 243 &= 2x+1 \rightarrow \log_7 3^5 = 2x+1 \rightarrow 5 \log_7 3 = 2x+1 \\ \rightarrow 5 &= 2x+1 \rightarrow 4 = 2x \rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

ث.

$$\log_7(x-1) = 4 \rightarrow x-1 = 7^4 \rightarrow x-1 = 2401 \rightarrow x = 2402$$

ج.

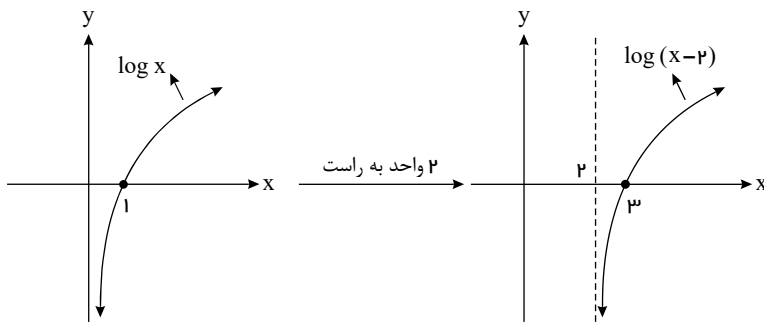
$$\begin{aligned} \log(2x) - \log(x-3) &= 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x-3} = 1 \rightarrow \log \frac{2x}{x-3} = \log 10 \\ \rightarrow \frac{2x}{x-3} &= 10 \rightarrow 2x = 10x - 30 \rightarrow 30 = 8x \rightarrow x = \frac{30}{8} \rightarrow x = \frac{15}{4} \end{aligned}$$

چ.

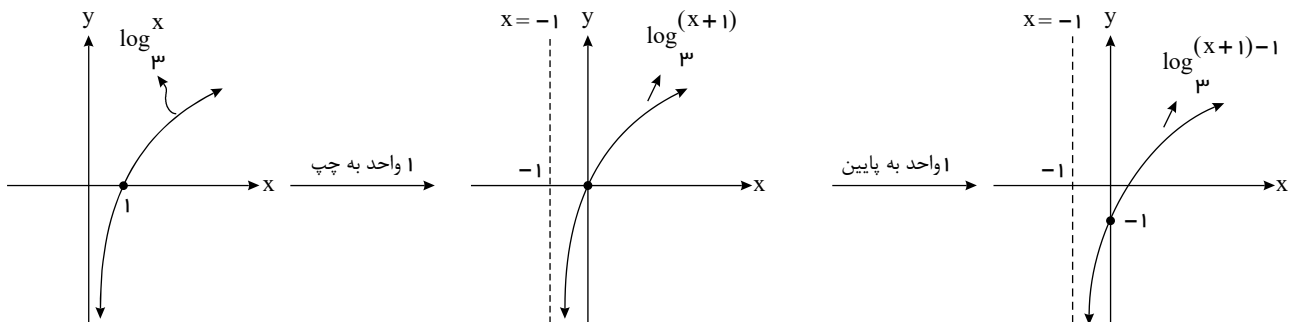
$$\begin{aligned} 2 \log_7(x-1) &= 3 \rightarrow \log_7(x-1) = \frac{3}{2} \rightarrow x-1 = 7^{\frac{3}{2}} \\ \rightarrow x-1 &= (7^{\frac{3}{2}})^{\frac{2}{2}} \rightarrow x-1 = 7^3 \rightarrow x-1 = 343 \rightarrow x = 344 \end{aligned}$$

۱۰۹

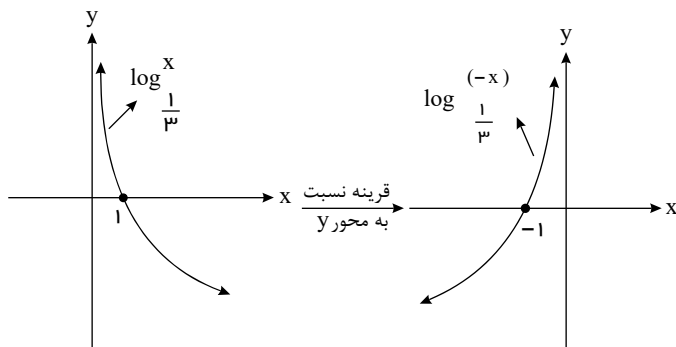
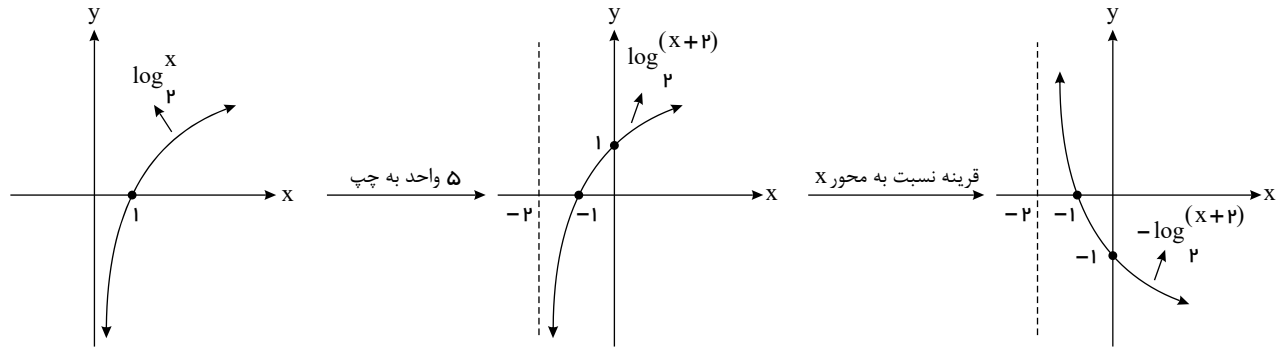
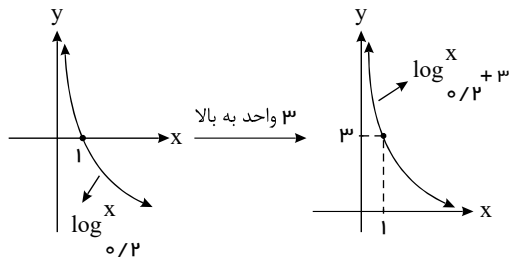
الف



ب.



پ.



$$3^{x-2} = \frac{1}{(3^2)^x} = 3^{-3x} \rightarrow x-2 = -3x \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\log(x+3)x = 1 \rightarrow (x^2 + 3x) = 10 \rightarrow x^2 + 3x - 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -5 & \text{غ ق} \\ x = 2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\log(x+2) = \log \frac{8}{x-5} \rightarrow x+2 = \frac{8}{x-5} \rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$$

$x_1 = 6, x_2 = -3$ غیر قابل قبول

$$\log_5(x+6)(x+2) = 1 \rightarrow (x+6)(x+2) = 5 \rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0$$

$x_1 = -1, x_2 = -7$ غیر قابل قبول

$$\log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} 144 = 2$$

$$\log \frac{\sqrt{27}}{16} = \log(\sqrt{27}) - \log(16) = \log(3^{\frac{3}{2}}) - \log(2^4) = \frac{3}{2}n - 4m$$

۱۱۴

$$\log 125 = \log 5^3 = 3 \log 5 = 3 \left(\log \frac{10}{2} \right) = 3(\log 10 - \log 2) = 3(1 - 0,301) = 2,097$$

۱۱۵

$$\log \sqrt{30} = \frac{1}{2} \log(2 \times 3 \times 5) = \frac{1}{2} (\log 2 + \log 3 + 1 - \log 2) = \frac{1}{2} (1 + \log 3) = \frac{1}{2} (1 + 0,5) = \frac{3}{4}$$

۱۱۶

$$\frac{2}{3} \log 12 = \frac{2}{3} (\log 3 + \log 4) = \frac{2}{3} (0,5 + 2 \log 2) = \frac{11}{15}$$

۱۱۷

$$\frac{1}{3} \log \frac{3}{4} = \frac{1}{3} (\log 3 - \log 4) = \frac{1}{3} (\log 3 - 2 \log 2) = -\frac{1}{3,0}$$

۱۱۸

$$\log 400 = 2 \log 2 + \log 100 = 0,6 + 2 = 2,6$$

۱۱۹

$$\log 2^2 \times 3 = 2 \log 2 + \log 3 = 2 \times 0,3 + 0,48 = 1,08$$

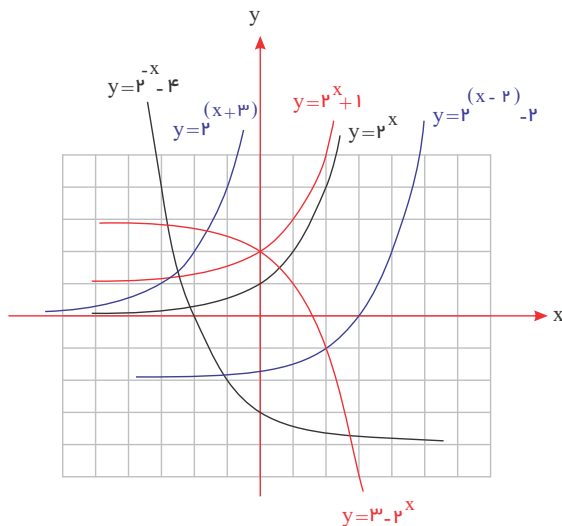
۱۲۰

$$\begin{cases} (0, 2) \rightarrow f(0) = 2 \rightarrow 2 = a + 2^{-b} \rightarrow 2 = a + \frac{1}{2^b} \\ (1, 3) \rightarrow f(1) = 3 \rightarrow 3 = a + 2^{1-b} \rightarrow 3 = a + \frac{2}{2^b} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -2 = -a - \frac{1}{2^b} + \\ 3 = a + \frac{2}{2^b} \end{cases}$$

$$1 = \frac{1}{2^b} \rightarrow 2^b = 1 \rightarrow \boxed{b = 0} \rightarrow 2 = a + \frac{1}{2^0} \rightarrow 2 = a + 1 \rightarrow \boxed{a = 1}$$

۱۲۱



الف) $y = 2^x \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (0, +\infty)$

ب) $y = 2^x + 1 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (1, +\infty)$

پ) $y = 2^{(x+3)} \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (0, +\infty)$

ت) $y = 2^{(x-2)} - 2 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-2, +\infty)$

ث) $y = 3 - 2^x \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-\infty, 3)$

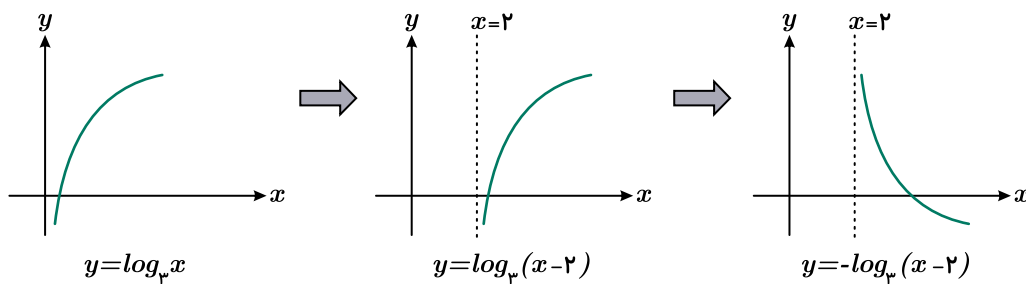
ج) $y = 2^{-x} - 4 \rightarrow D = \mathbb{R}, R = (-4, +\infty)$

$b = -2$

$(2, 5, 0) \in f \Rightarrow 0 = a + \log_2(2 \cdot 5 - 2) \Rightarrow a + \log_2(2^{-1}) = 0 \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

$f(0) = -\frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-2} + b = -\frac{1}{9} \Rightarrow b = -1$

$f(2) = 0 \Rightarrow 3^{a \cdot 2 - 2} - 1 = 1 \Rightarrow 3^{2a-2} = 2 = 3^2$
 $2a - 2 = 2 \quad a = 2$



$f(1) = a \times b^1 - 5 = 7 \Rightarrow a \times b = 12 \quad (1)$

$f(-1) = a \times b^{-1} - 5 = -\frac{17}{4} \Rightarrow a \times b^{-1} = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4} \quad (2)$

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{a \times b}{a \times b^{-1}} = \frac{12}{\frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{b}{\frac{1}{b}} = 16 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = \pm 4$

در تابع نمایی، پایه عددی مثبت و مخالف یک است، پس $b = 4$ قابل قبول است و داریم:

$b = 4 \xrightarrow{a \times b = 12} 4a = 12 \Rightarrow a = 3$

الف) $y = \log_3 x - 1$

پ) $y = 1 - 3^x$

ث) $y = 3^{(x-2)}$

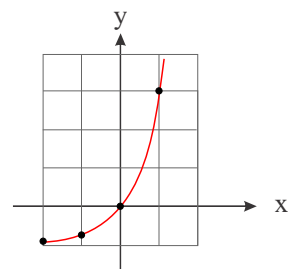
ب) $y = 1 - \log_3 x$

ت) $y = \log_3(x - 1)$

ج) $y = 3^x + 1$

$y = 4^x - 1 \quad x \in [-2, 2]$

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{15}{16}$	$-\frac{3}{4}$	0	3	15



الف) $g(-1) = 4^{-1} + 2 = \frac{1}{4} + 2 \rightarrow g(-1) = \frac{9}{4}$

ب) $g(x) = 66 \rightarrow 4^x + 2 = 66 \rightarrow 4^x = 64 \rightarrow 4^x = 4^3 \rightarrow x = 3$

۱۳۰

$$\begin{cases} (-2, 0) \\ (0, -1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(0) = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -\log_2(-2+b) + c = 0 \\ -\log_2(0+b) + c = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c = \log_2(b-2) \\ c = \log_2 b - 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow \log_2 b - 1 = \log_2(b-2) \rightarrow \log_2 b - \log_2 2 = \log_2(b-2)$$

$$\rightarrow \log_2\left(\frac{b}{2}\right) = \log_2(b-2) \rightarrow \frac{b}{2} = b-2 \rightarrow b = 2b-4 \rightarrow \boxed{b=4}$$

$$\rightarrow c = \log_2 4 - 1 = \log_2 2^2 - 1 = 2\log_2 2 - 1 \rightarrow \boxed{c=1} \rightarrow \boxed{f(x) = -\log_2(x+4) + 1}$$

$$\rightarrow f(4) = -\log_2(4+4) + 1 = -\log_2 8 + 1 = -3 + 1 \rightarrow \boxed{f(4) = -2}$$

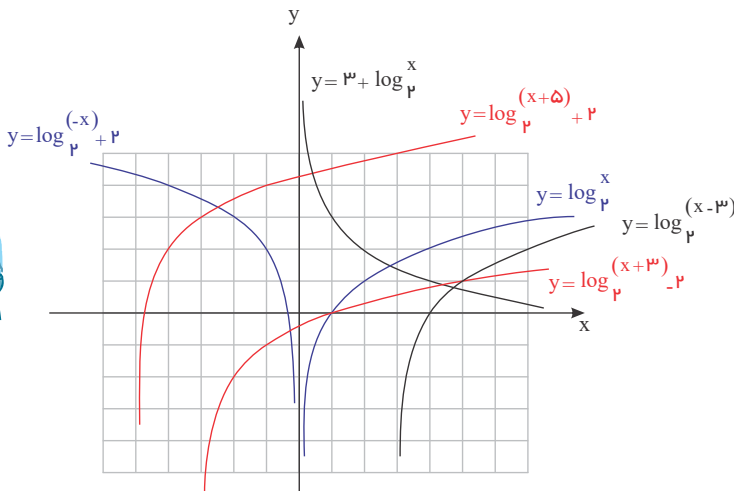
۱۳۱

$$y = \log x \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } y} y = \log(-x) \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ } 5} y = \log(-(x+5)) \rightarrow y = \log(-x-5)$$

۱۳۲

$$y = \log x \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست } 4} y = \log(x-4) \xrightarrow{\text{واحد به سمت بالا } 3} y = \log(x-4) + 3$$

۱۳۳



الف) $y = \log_2 x \rightarrow D = (0, +\infty), R = \mathbb{R}$

ب) $y = \log_2(x-3) \rightarrow D = (3, +\infty), R = \mathbb{R}$

پ) $y = \log_2(x+5) + 2 \rightarrow D = (-5, +\infty), R = \mathbb{R}$

ت) $y = \log_2(-x) + 2 \rightarrow D = (-\infty, 0), R = \mathbb{R}$

ث) $y = 3 - \log_2 x + 2 \rightarrow D = (0, +\infty), R = \mathbb{R}$

ج) $y = \log_2(x+3) - 2 \rightarrow D = (-3, +\infty), R = \mathbb{R}$

۱۳۴

$$x = 0 \rightarrow y = 1 - 3^{0+2} \rightarrow y = 1 - 9 \rightarrow y = -8 \rightarrow y \text{ محل تلاقی با محور } = (0, -8)$$

$$y = 0 \rightarrow 0 = 1 - 3^{x+2} \rightarrow 3^{x+2} = 1 \rightarrow x+2 = 0 \rightarrow x = -2 \rightarrow x \text{ محل تلاقی با محور } = (-2, 0)$$

۱۳۵

$$\begin{cases} (-1, 0) \\ (0, -4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(0) = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^{-(1+b)} + c = 0 \\ 2^{-(0+b)} + c = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^{1-b} + c = 0 \\ 2^{-b} + c = -4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^{1-b} = -c \\ 2^{-b} + 4 = -c \end{cases}$$

$$\rightarrow 2^{1-b} = 2^{-b} + 4 \rightarrow 2(2^{-b}) = (2^{-b}) + 4$$

$$\rightarrow 2(2^{-b}) - (2^{-b}) = 4 \rightarrow 2^{-b} = 4 \rightarrow 2^{-b} = 2^2 \rightarrow -b = 2 \rightarrow \boxed{b = -2}$$

$$\rightarrow 2^{1-(-2)} = -c \rightarrow 2^3 = -c \rightarrow 8 = -c \rightarrow \boxed{c = -8} \rightarrow \boxed{f(x) = 2^{-(x-2)} - 8}$$

$$f(-2) = 2^{-(-2-2)} - 8 \rightarrow f(-2) = 2^4 - 8 \rightarrow \boxed{f(-2) = 8}$$

۱۳۶

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 3 \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست } 2} y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 3 \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین } 4} y = \frac{1}{2}^{x-2} + 3 + 4 \rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2} + 7$$

۱۳۷

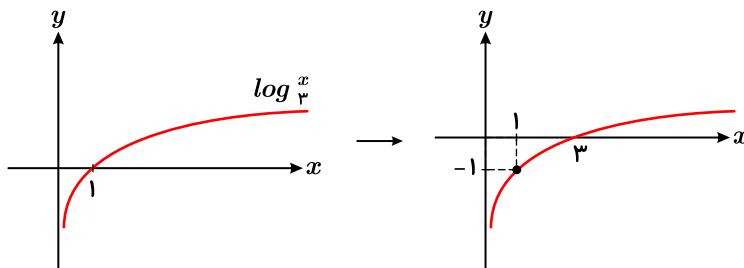
$$y = 2^x \xrightarrow{\text{واحد به سمت چپ } 3} y = 2^{(x+3)} \xrightarrow{\text{واحد به سمت پایین } 2} y = 2^{(x+3)} - 2$$

۱۳۸

الف

ب

$$1 = \log_a^1 - 1 \Rightarrow a^1 = 9 \Rightarrow a = 3$$



۱۳۹ الف) زلزله روز ۲۷ فوریه ۲۰۱۰ به شدت ۸٫۸ ریشتر در مائول شیلی.

$$M = 8.8 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(8.8) \rightarrow \log E = 25 \rightarrow \boxed{E = 10^{25} \text{ Erg}}$$

ب) زلزله روز ۲۶ دسامبر ۲۰۰۴ به شدت ۹٫۱ ریشتر در سوماترای اندونزی.

$$M = 9.1 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(9.1) \rightarrow \log E = 25.45 \rightarrow \boxed{E = 10^{25.45} \text{ Erg}}$$

پ) زلزله روز ۲۲ می ۱۹۶۰ به شدت ۹٫۶ ریشتر در والدیویا شیلی. (بزرگ‌ترین زلزله ثبت شده در تاریخ)

$$M = 9.6 \rightarrow \log E = 11.8 + 1.5(9.6) \rightarrow \log E = 26.2 \rightarrow \boxed{E = 10^{26.2} \text{ Erg}}$$

۱۴۰

$$I_0 = 10^{-12} \text{ wat} \frac{t}{m^2}, I = 2 \times 10^{-10} \text{ wat} \frac{t}{m^2}$$

$$\rightarrow D = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left(\frac{2 \times 10^{-10}}{10^{-12}} \right) = 10 \log (2 \times 100) = 10 (\log 2 + \log 100)$$

$$\rightarrow D = 10 (0.3010 + 2) = 10 (2.3010) \rightarrow \boxed{D = 23.01 \text{ db}}$$

۱۴۱

$f(t)$ = جمعیت پس از t سال ، t = زمان ، k = رشد سالانه ، A = جمعیت اولیه

$$\rightarrow f(t) = A(1+k)^t \rightarrow f(t) = 100000(1+0.04)^t \rightarrow \boxed{f(t) = 100000(1.04)^t}$$

۱۴۲

$$\log E = 11.8 + 1.5M \rightarrow \log(10^{22.6}) = 11.8 + 1.5M$$

$$\rightarrow 22.6 = 11.8 + 1.5M \rightarrow 22.6 - 11.8 = 1.5M \rightarrow 10.8 = 1.5M \rightarrow \boxed{M = 7.2 \text{ ریشتر}}$$

۱۴۳

$$\text{الف) } t = 0 \rightarrow \text{تعداد اولیه باکتری‌ها در زمان } t = 0 \text{ محاسبه می‌شود} \rightarrow p(0) = 600 \times 2^0 \rightarrow \boxed{p(0) = 600}$$

$$\text{ب) } t = 8 \rightarrow p(8) = 600 \times 2^8 = 600 \times 256 = 600 \times 16 \rightarrow \boxed{p(8) = 9600}$$

$$\text{پ) } p(t) = 76800 \rightarrow 600 \times 2^t = 76800 \rightarrow 2^t = \frac{76800}{600} \rightarrow 2^t = 128$$

$$\rightarrow 2^t = 2^7 \rightarrow \frac{t}{2} = 7 \rightarrow \boxed{t = 14 \text{ ساعت}}$$

۱۴۴

$$PH = -\log[H^+] \rightarrow ۲ = -\log[H^+] \rightarrow \log[H^+] = -۲ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲} \frac{mol}{L}$$

$$PH = -\log[H^+] = -\log(۱۰^{-۳}) = -(-۳) \rightarrow PH = ۳$$

۱۴۵